۴ امواج مکانیکی

موج را به‌طور خلاصه می‌توان انتشار آشفتگی در یک محیط دانست. بررسی امواج یکی از پرکاربردترین و اساسی‌ترین موضوعات در فیزیک است و بیش‌ترین اطلاعاتی که از جهان اطراف به‌دست می‌آوریم، از طریق انتشار امواج صورت می‌گیرد.

در یک تقسیم‌بندی کلّی، امواج را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد:

الف) امواج مکانیکی: این دسته از امواج، برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند. این گروه، آشناترین امواج هستند و تقریباً به طور دائم با آن‌ها سرو کار داریم. امواج سطح آب، صورت، امواج زمین لرزه و... از این نوع هستند. برای توصیف و تحلیلی این امواج می‌بایست از قوانین نیوتون استفاده کرد.

ب) امواج الکترومغناطیسی: نوع دیگری از امواج که برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند و می‌توانند در خلاء نیز منتشر شوند، امواج الکترومغناطیسی هستند. امواج نورمرئی، فرابنفش، امواج رادیو و تلویزیون، میکروویو، پرتوی ایکس و... از این گروه هستند. برای توصیف و تحلیلی این امواج می‌بایست از قوانین الکترومغناطیس ماکسول استفاده کرد.

نکته: تمامی موج‌ها بدون آن‌که ذرّه را منتقل کنند، انرژی را منتقل می‌نمایند.

Sanatisharif.ir

۳-۱. مفاهیم اولیّه

محیط کشسان: محیطی که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود، نیروهای کشسان ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل دارند محیط را به حالت اوّل خود برگردانند، محیط کشسان نامیده می‌شود.

تپ: هر گاه تغییر شکل و یا آفتگی در یک جزء از محیط کشسان در حال تعادل ایجاد کنیم، به علّت وجود نیروی کشسانی بین اجزای محیط، آن تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ می‌نامیم.

انتشار موج: انتقال تپ در محیط کشسان را انتشار موج می‌نامند.

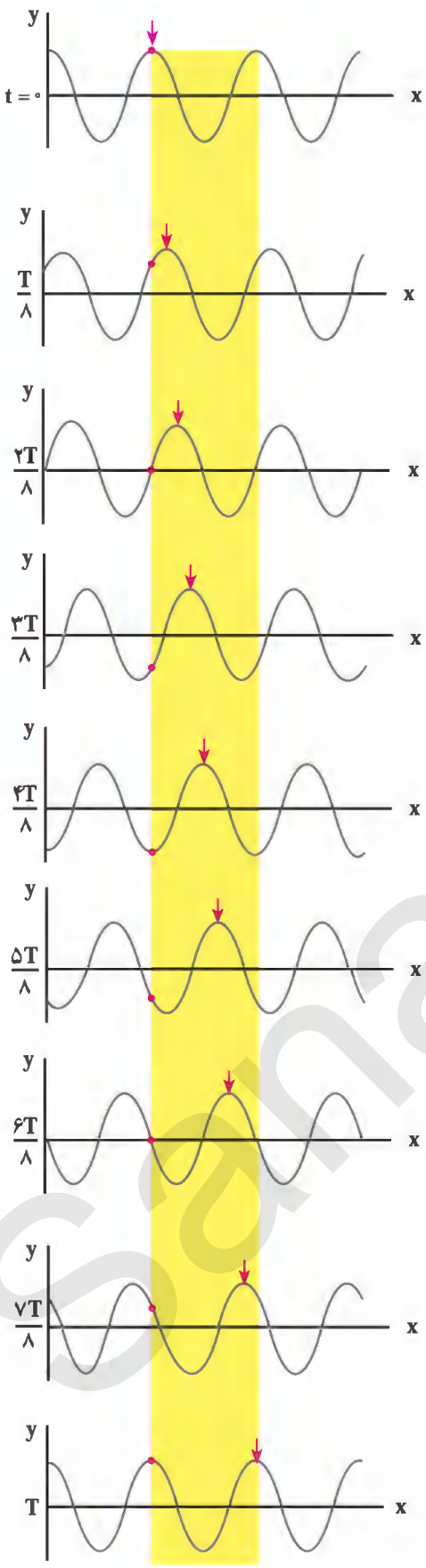
موج سینوسی: اگر چشمه‌ی تولید موج (که می‌تواند یکی از ذرّات محیط کشسان در حال تعادل می‌باشد.) حرکت نوسانی ساده انجام دهد، تپ‌های متوالی در محیط تولید و منتشر می‌شود. چنین موجی را موج سینوسی می‌نامیم.

بسامد موج: وقتی یک چشمه‌ی موج با بسامد f در محیطی کشسان شروع به نوسان می‌کند، ذرّه‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان وا می‌دارد. به همین ترتیب، همه‌ی ذرّه‌های محیط با همان بسامد چشمه‌ی موج به نوسان در می‌آیند.

سرعت انتشار: سرعت انتقال یک وضعیّت ثابت (مثلاً قلّه‌ی موج که در شکل‌های مقابل با پیکان مشخّص شده است.) روی موج را سرعت انتشار موج می‌نامیم.

نکته: سرعت انتشار موج در یک محیط، جزو ویژگی‌های محیط است و فقط به شرایط فیزیکی محیط، مانند جنس محیط، دمای محیط و... وابسته است. اما شرایط چشمه‌ی موج (مانند بسامد، دامنه، دوره، انرژی و...) روی آن هیچ تأثیری ندارد.

طول موج: در شکل‌های مقابل مشاهده می‌شود که وقتی زمان به اندازه‌ی T (دوره) می‌گذرد. هر کدام از ذرّات محیط کشسان، یک نوسان کامل انجام می‌دهد. در



Sanatisharif.ir

طی این مدّت، قلّه‌ی موج (که با علامت ↓ مشخّص شده است.) به اندازه‌ی پهنای نوار مشخّص شده پیش می‌رود. اندازه‌ی این پیشروی را طول موج می‌نامیم و آن را با λ (لاندا) نمایش می‌دهیم. بنابراین می‌توان گفت:

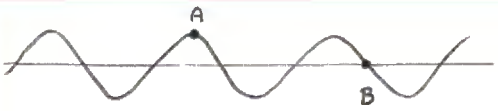
طول موج، برابر با پیش روی موج در مدّت یک دوره!

نکته: با توجه به تعریف طول موج می‌توان نتیجه گرفت اگر موج با سرعت V در محیط منتشر می‌شود، در مدّت $\Delta t = T$، به اندازه‌ی $\Delta x = \lambda$ جابه‌جا می‌شود و داریم:

$$\lambda = VT = \frac{V}{f} \qquad (۴-؟)$$

مثال ۱

شکل مقابل موجی را نشان می‌دهد که منبع تولید آن بسامد ۱۰۰Hz نوسان می‌کند. اگر طول موج، ۲۰cm باشد،

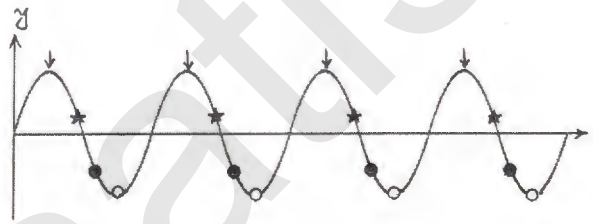


الف) سرعت انتشار موج را بیابید.

ب) اگر بسامد نوسانات را ۲۰ ٪ کاهش دهیم، سرعت انتشار موج و طول موج چند درصد تغییر می‌کند؟

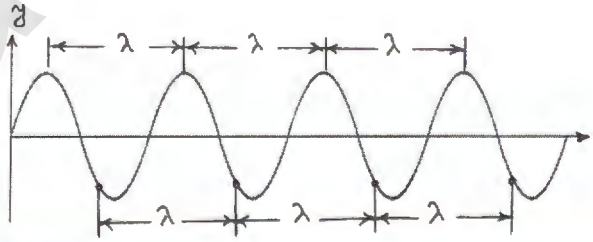
ج) بسامد نوسانات نقاط A و B چند هرتز است؟

نکته: هنگامی که یک موج در محیطی منتشر می‌شود، برخی از نقاط محیط هستند که در *تمامی لحظات* وضعیّت نوسانی مشابه دارند. به چنین نقاطی نقاط هم‌فاز گفته می‌شود. مثلاً در شکل‌های مقابل نقاطی که با علامت‌های مشابه مشخّص شده‌اند، با یکدیگر هم فاز هستند.



با دقّت در شکل موج می‌توان نتیجه گرفت: فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی، برابر طول موج است.

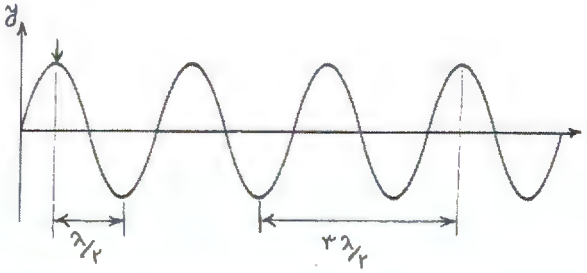
بنابراین برای آن‌که دو نقطه از محیط با یکدیگر هم‌فاز باشند، باید فاصله‌ی میان آن‌ها مضرب درستی از طول موج (یا مضرب زوجی از نصف طول موج!) باشد.



$$\text{نقاط هم‌فاز} : \Delta x = n\lambda = 2n \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (۴-؟)$$

Sanatisharif.ir

نکته: هنگام انتشار موج در یک محیط، نقاطی وجود دارند که همواره در خلاف جهت یکدیگر در حرکت هستند (مثلاً نقاطی که با علامت‌های ↓ و ○ مشخّص شده‌اند.) چنین نقاطی را نقاط در فاز مخالف می‌نامیم.



از روی شکل مقابل می‌توان نتیجه گرفت اگر فاصله‌ی میان دو نقطه از محیط مضرب نیم صحیحی از طول موج یا مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف هستند.

نقاط در فاز مخالف: $\Delta x = (n-\frac{1}{2})\lambda = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$ (؟-۴)

مثال ۲

موجی با بسامد $100\,Hz$ و سرعت $200\,\frac{m}{s}$ در یک سیم نازک منتشر می‌شود و شکل مقابل وضعیّت سیم را در یک لحظه نشان می‌دهد.

الف) فاصله‌ی میان نقاط A و B چند سانتی‌متر است؟

ب) $\frac{1}{300}$ ثانیه پس از لحظه‌ی نشان داده شده، نقاط A و B هم‌فاز هستند یا در فاز مخالف؟ چرا؟

مثال ۳

موجی با بسامد $50\,Hz$ و طول موج $20\,cm$، فاصله‌ی ۱۵ متری را در چه مدّتی می‌پیماید؟

مثال ۴

معادله‌ی ارتعاشی یک نقطه از محیط در SI به‌صورت $y = 2\times10^{-3}\sin(100\pi t)$ است. اگر سرعت انتشار موج در این محیط $30\,\frac{m}{s}$ باشد، طول موج چند متر است؟

Sanatisharif.ir

مثال ۵

روی یک طناب، دو نقطه به فاصله‌ی $24\,cm$ از هم قرار دادند. در حالی‌که یک سر طناب در حال ارتعاش است، دو نقطه‌ی یاد شده در فاز مخالف هستند. بسامد ارتعاش را زیاد می‌کنیم تا دو نقطه‌ی هم فاز شوند. نسبت بسامد حالت دوّم به بسامد حالت اوّل را بیابید.

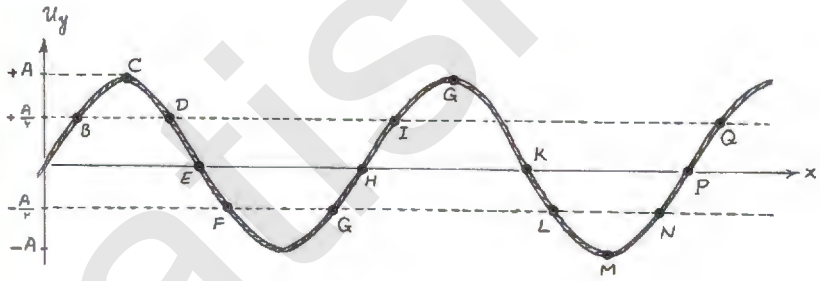
نکته: اگر شرایط فیزیک تمام نقاط محیط یکسان باشد، محیط را همگن می‌نامیم. سرعت انتشار موج در محیط همگن، ثابت است.

نکته: اگر نقش موج در یک لحظه مشخّص باشد...

- نقاطی با یکدیگر هم‌فاز هستند که مقدارهای یکسان و شیب‌های یکسان داشته باشند.
- نقاطی با یکدیگر در فاز مخالف هستند که مقدارهای قرینه و شیب‌های قرینه داشته باشند.
- نقاطی که این دو وضعیّت را ندارند، نقاط *غیر هم‌فاز* هستند!

مثال ۶

نقش یک موج عرضی در لحظه‌ی مطابق شکل است:



اگر موج در راستای مثبت محور x در حرکت باشد، نقاط خواسته شده را مشخّص کنید:

الف) نقاطی که با نقطه‌ی H در فاز مخالف هستند.

ب) نقاطی که با نقطه‌ی K هم‌فاز هستند.

ج) نقاطی که با نقطه‌ی L در فاز مخالف هستند.

د) نقاطی که با نقطه‌ی G در فاز مخالف هستند.

هـ) نقاطی که با نقطه‌ی I هم‌فاز هستند.

و) نقاطی که حرکت کند شونده دارند و سرعت آن‌ها منفی است.

ز) نقاطی که حرکت تند شونده دارند و شتاب آن‌ها منفی است.

ح) نقاطی سرعت آن‌ها مثبت است و در بُعد منفی قرار دارند.

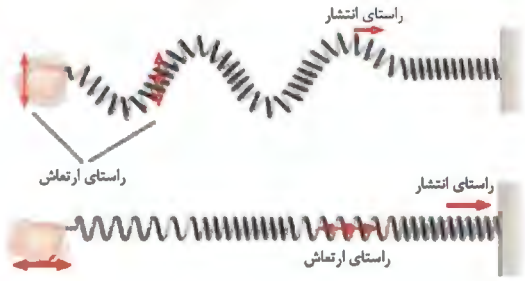
ط) نقاطی که انرژی جنبشی آن‌ها کم‌تر از انرژی پتانسیل آن‌ها است و حرکت تند شونده دارند.

ی) نقاطی که فاصله‌ی میان آن‌ها $\frac{3}{2}\lambda$ (λ: طول موج) است.

Sanatisharif.ir

موج‌های عرضی و طولی

دیدیم که برای انتشار موج، تمام نقاط محیط با بسامد یکسانی در حال نوسان هستند. گاهی اوقات، راستای ارتعاش یا نوسان ذرّات بر راستای انتشار موج عمود است. در این حالت، موج را موج عرضی می‌نامند.



اما در نوع دیگر امواج، راستای نوسان ذرّات بر راستای انتشار موج منطبق است. این‌چنین موجی را موج طولی می‌نامیم.

تابع موج

هنگامی‌که یک موج در محیطی همگن منتشر می‌شود، شکل موج در ضمن انتشار تغییر نمی‌کند. به بیان دیگر هر نقطه از محیط، وضعیّت نوسانی منبع را عیناً تکرار می‌نماید، با این تفاوت که این وضعیّت نوسانی، با تأخیر صورت می‌پذیرد اکنون فرض می‌کنیم چشمه‌ی تولید موج در نقطه‌ی $x=0$ قرار دارد و با بسامد f و دامنه‌ی A شروع به نوسان می‌کند. در این‌صورت معادله‌ی نوسانی چشمه به‌صورت $u=A\sin(\omega t)$ خواهد بود.

با توجّه به آنچه گفته شد، نقطه‌ای از محیط که در فاصله‌ی x از مبدأ قرار دارد نیز نوسانی به‌صورت $u=A\sin(\omega t')$ خواهد داشت. از آن‌جا که موج پس از زمان $\Delta t=\frac{x}{V}$ به این نقطه می‌رسد، وضعیت این نقطه در هر لحظه، درست همانند وضعیّت چشمه‌ی موج در Δt ثانیه قبل است و در این‌صورت داریم:

$$\Delta t=\frac{x}{V}\Rightarrow t'=t-\frac{x}{V}$$

بنابراین معادله‌ی نوسانی این ذرّه به‌صورت زیر در می‌آید:

$$u=A\sin\left[\omega(t-\frac{x}{V})\right]=A\sin(\omega t-\frac{\omega}{V}x)$$

اکنون با توجّه به رابطه‌های $\omega=\frac{2\pi}{T}$ و $\lambda=VT$ داریم:

$$\frac{\omega}{V}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{V}=\frac{2\pi}{VT}\Rightarrow\frac{\omega}{V}=\frac{2\pi}{\lambda}$$

معمولاً $\frac{2\pi}{\lambda}$ را با k نشان می‌دهند و آن را عدد موج می‌نامند.

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{V}\qquad(؟-۴)$$

یکای عدد موج در SI، رادیان بر متر ($\frac{\text{rad}}{\text{m}}$) است.

Sanatisharif.ir

بنابراین می‌توان معادله‌ی نوسانی نقطه‌ای از محیط را که در فاصله‌ی x از چشمه‌ی موج قرار دارد، به‌صورت زیر نوشت:

$$u(x,t)=A\sin(\omega t-kx) \qquad (؟-۴)$$

این رابطه را تابع موج می‌نامیم.

مثال ۷

یک چشمه‌ی موج نوسان‌هایی با بسامد $5\,Hz$ و دامنه‌ی $5mm$ ایجاد می‌کند که با سرعت $2\frac{m}{s}$ در امتداد محور xها منتشر می‌شود.

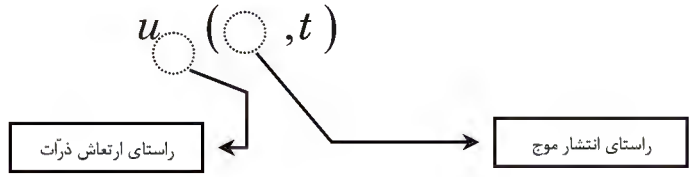
الف) طول موج و عدد موج را برای آن به‌دست آورید.

ب) تابع موج را در SI بنویسید. (موج درون یک طناب منتشر می‌شود.)

ج) معادله‌ی نوسانی ذرّه‌ای که در نقطه‌ی $x=15\,cm$ قرار دارد را بنویسید و فاصله‌ی نوسانگر تا مبدأ نوسان را در لحظه‌ی $t=0/05\,s$ تعیین کنید.

د) شکل موج نقش موج را در لحظه‌های $t=0/1\,s$ و $t=0/25\,s$ رسم کنید.

نکته: برای نشان دادن راستای نوسان ذرّات محیط، نام محوری را که نوسان در راستای آن انجام می‌شود را به‌صورت زیر نویس u قرار می‌دهیم. بنابراین اگر تابع موج به‌صورت $u_x(x,t)$ نوشته شود، می‌توان نتیجه گرفت: موج در راستای محور yها منتشر می‌شود و ذرّات محیط در راستای محور xها نوسان می‌کنند.

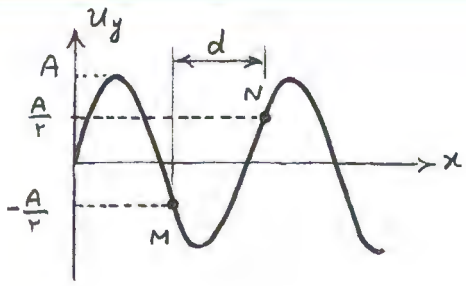


Sanatisharif.ir

مثال ۸

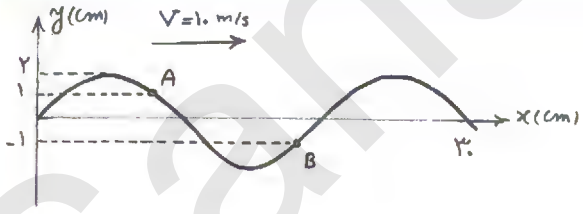
تابع یک موج سینوسی در SI به‌صورت $u_x = ۰/۸\sin(۱۰\pi t - \frac{۵\pi}{۳}y)$ است. سرعت نوسان ذرّه‌ی M در مکان $y = +۲۰\text{cm}$ در لحظه‌ی $t = ۰/۰۵\text{s}$ را بیابید.

مثال ۹



در شکل مقابل، موجی در طناب با سرعت $۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال انتشار است. اگر ذرّه‌ی M در هر ثانیه ۱۰ نوسان کامل انجام دهد، چند ثانیه طول می‌کشد تا موج روی طناب فاصله‌ی d را طی می‌کند؟

مثال ۱۰

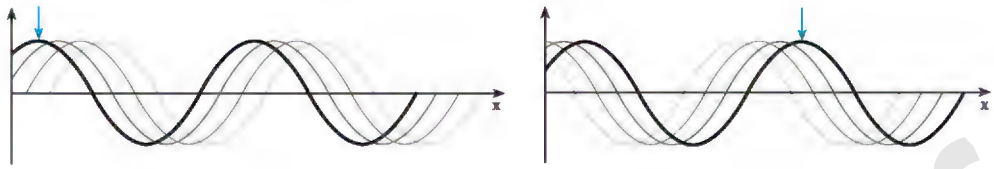


شکل روبه‌رو نقش موجی را در لحظه‌ی $t = ۰$ نشان می‌دهد. در لحظه‌ی $\frac{۱}{۳۰۰}\text{s}$، ... الف) بزرگی شتاب ذرّه‌ی A چند برابر بزرگی شتاب ذرّه‌ی B است؟

ب) ذرّات A و B در مدّت $۰/۱\text{s}$ چه مسافتی می‌پیمایند؟

Sanatisharif.ir

نکته: به شکل‌های زیر که نقش موج رونده و موج بازگشتی را در لحظات مختلف نشان می‌دهد، به دقّت نگاه کنید و آن‌ها را بررسی نمایید!!



نکته: هنگامی‌که تابع موج به‌صورت $u = A\sin(\omega t - kx)$ باشد، موج در جهت مثبت محور xها حرکت کند و اصطلاحاً موج را موج رونده می‌نامند.

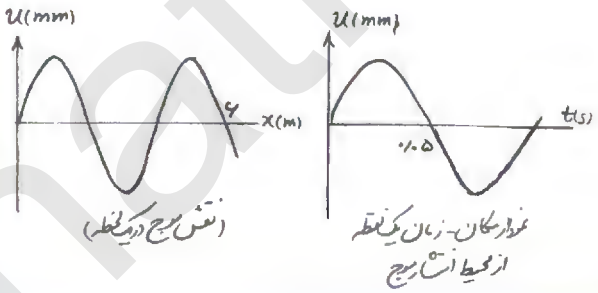
هنگامی‌که تابع موج را به‌صورت $u = A\sin(\omega t + kx)$ باشد، موج در خلاف جهت مثبت محور xها حرکت می‌کند و اصطلاحاً موج را موج بازگشتی می‌نامند.

مثال ۱۱

نکته‌ی بالا را نشان دهید!

مثال ۱۲

با توجّه به شکل‌های زیر، سرعت انتشار موج در محیط را تعیین کنید و تابع موج را برای آن بنویسید.



مثال ۱۳

تابع یک موج در SI به‌صورت $u_x(x,t) = ۴\times۱۰^{-۳}\sin ۲۰\pi(۱۰t + x)$ است.

الف) این موج طولی است یا عرضی؟

ب) بسامد و طول موج را تعیین کنید.

ج) این موج با چه سرعتی منتشر می‌شود؟

د) این موج در چه جهتی منتشر می‌شود؟

هـ) سرعت بیشینه‌ی نوسان ذرّات، چند برابر سرعت انتشار موج در محیط است؟

Sanatisharif.ir

مثال ۱۴

امواج حاصل از یک چشمه‌ی موج به معادله‌ی $u = ۳\times۱۰^{-۳}\sin(۱۰۰\pi t)$ (u بر حسب متر و t بر حسب ثانیه) با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ در محیطی منتشر می‌شود.

الف) معادله‌ی نوسانی نقطه‌ای که در فاصله‌ی ۲۵ سانتی‌متری از چشمه‌ی موج قرار دارد را بنویسید.

ب) بیشینه‌ی نیروی وارد بر ذرات محیط چند نیوتون است؟

ج) انرژی جنبشی ذرات محیط وقتی در فاصله‌ی ۲ میلی‌متری وضع تعادل قرار می‌گیرند، چند میلی‌ژول است؟

مثال ۱۵

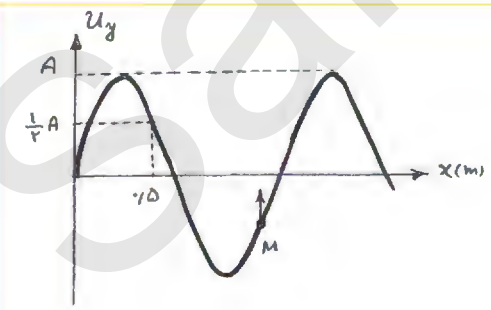
تابع یک موج مکانیکی که در یک بُعد منتشر می‌شود، در SI به‌صورت $u_x = ۰/۰۲\sin۲\pi(۵t-۲x)$ است.

الف) سرعت انتشار موج در این محیط را بیابید.

ب) سرعت و شتاب ذرّه‌ای از محیط که در مکان $x = ۵۰cm$ قرار دارد را در لحظه‌ی $t = \frac{۱}{۳۰}s$ به‌دست آورید.

انرژی جنبشی نوسانگر در این لحظه چند برابر انرژی پتانسیل آن است؟

مثال ۱۶



شکل مقابل نقش موجی را در یک لحظه نمایش می‌دهد.

اگر در این لحظه، نقطه‌ی M از محیط، در حال بالا رفتن باشد،

الف) موج در چه جهتی منتشر می‌شود؟

ب) طول موج آن چند متر است؟

Sanatisharif.ir

نکته: دو نقطه از محیط را در نظر می‌گیریم که به اندازه‌ی Δx با یکدیگر فاصله دارند. اگر اختلاف فاز بین این دو نقطه را با $\Delta\varphi$ نمایش دهیم و موج فاصله‌ی میان این دو نقطه را در مدّت Δt بپیماید، در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{\Delta t}{T} \qquad (؟-۴)$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

۱. اختلاف فاز دو نقطه از محیط که در فاصله‌ی $\Delta x = x_B - x_A$ از هم قرار دارند، برابر است با:

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}.\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = k.\Delta x$$

۲. عدد موج، برابر اختلاف فاز دو نقطه از محیط است که به فاصله‌ی ۱ متر از هم قرار دارند.

۳. اگر دو نقطه از محیط دارای وضعیّت نوسانی یکسان باشند (نقاط هم‌فاز)، در انی‌صورت:

هم‌فاز: $\Delta\varphi = 2n\pi$

۴. اگر دو نقطه از محیط وضعیّت نوسانی قرینه داشته باشد (نقاط در فاز مخالف)، در این‌صورت:

در فاز مخالف: $\Delta\varphi = (2n-1)\pi$

مثال ۱۷ کتاب درسی

موجی در یک محیط در حال انتشار است. معادله‌ی نوسانی نقاط A و B از محیط در SI به‌صورت زیر است:

$$u_B = 0/02\sin(50\pi t - 0/7\pi) \quad ; \quad u_A = 0/02\sin(50\pi t - 0/4\pi)$$

اگر موج از نقطه‌ی A به B برود و سرعت انتشار موج $20\frac{m}{s}$ باشد، ...

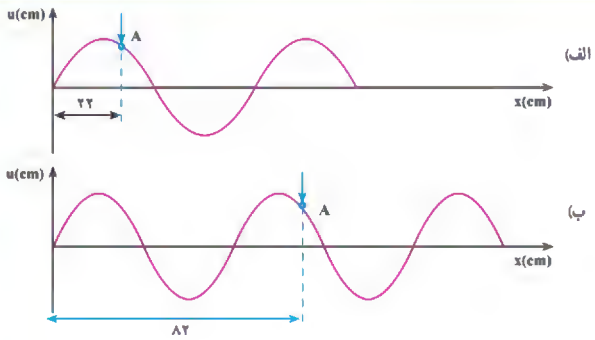
الف) کم‌ترین فاصله‌ی میان دو نقطه‌ی A به B را به‌دست آورید.

ب) اگر بین دو نقطه‌ی A و B، سه نقطه‌ی هم‌فاز با نقطه‌ی A وجود داشته باشد، فاصله‌ی بین این دو نقطه چند سانتی‌متر است؟

نکته: هنگامی‌که یک موج از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رود، نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B تقدم فاز دارد و در اینصورت باید $\varphi_A - \varphi_B$ مثبت باشد.

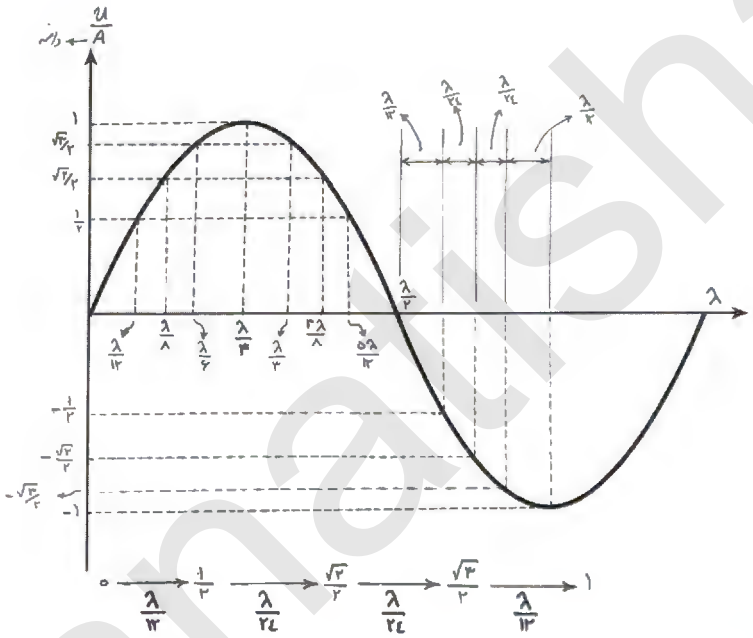
Sanatisharif.ir

مثال ۱۸ کتاب درسی

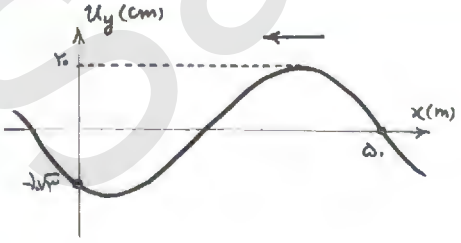


شکل‌های مقابل نمودار یک موج را در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 نشان می‌دهد که در امتداد محور x منتشر می‌شود. علامت پیکان، یک نقطه از موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد. اگر بسامد نوسان‌ها $25\,Hz$ باشد، بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟

نکته: اعداد طلایی زیر را در مورد طول موج به‌خاطر بسپارید:



مثال ۱۹

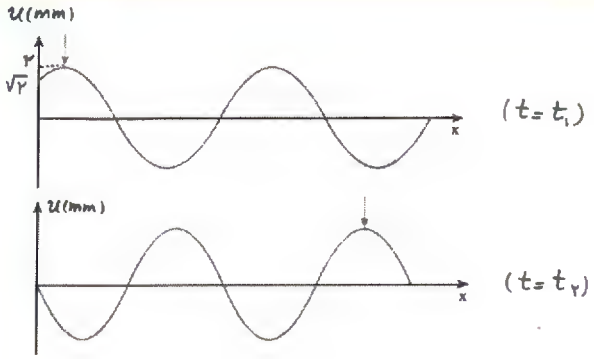


نمودار نقش یک موج سینوسی که در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود، مطابق شکل است. اگر سرعت انتشار موج $60\,\frac{m}{s}$ باشد، تابع این موج را بنویسید.

Sanatsharif.ir

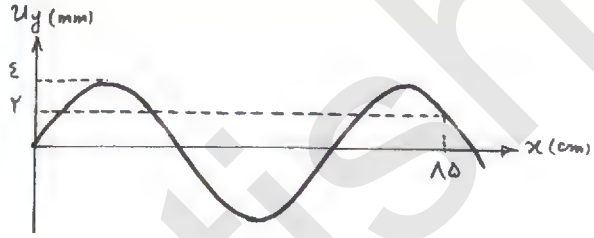
مثال ۲۰

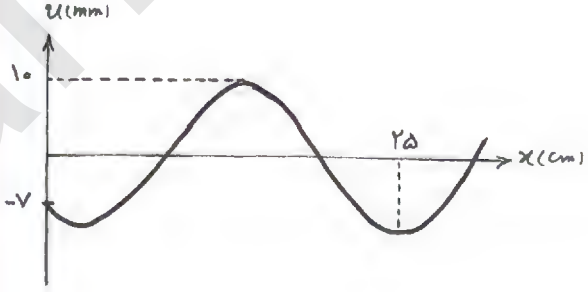
شکل‌های مقابل نقش موج را در لحظات t_1 و t_2 نشان می‌دهند. اگر $\Delta t = t_2 - t_1 = 13\text{ms}$ باشد، بسامد موج چند هرتز است؟



مثال ۲۱

سرعت انتشار موج در هر کدام از شکل‌های زیر $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. بسامد نوسانات ذرّات محیط را تعیین کنید.

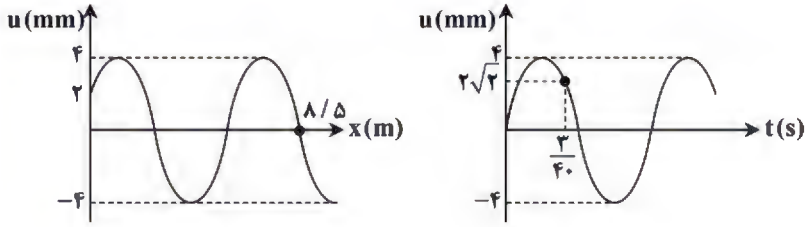




Sanatisharif.ir

مثال ۲۲

با توجه به نمودارهای زیر که مربوط به یک موج است، سرعت انتشار موج در محیط را تعیین کنید.

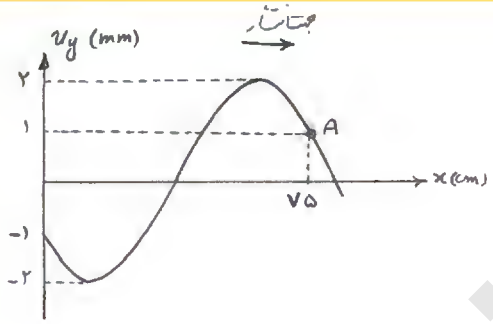


مثال ۲۳

نقش موجی در لحظه‌ی $t=0$ مطابق شکل است.

اگر سرعت انتشار موج $10\frac{m}{s}$ باشد، ...

الف) طول موج و بسامد موج را بیابید.



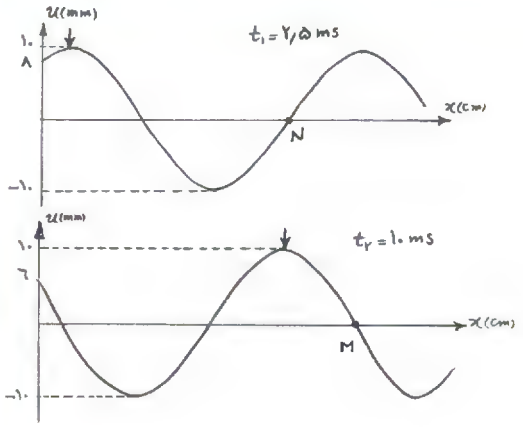
ب) پس از چه مدّت نقطه‌ی A برای اوّلین بار (پس از $t=0$) به مبدأ نوسان می‌رسد؟

ج) نقطه‌ی A تا لحظه‌ی $t=\frac{3}{80}s$، چه مسافتی را می‌پیماید؟

د) پس از چه مدّت برای اوّلین بار، شتاب نقطه‌ی A، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابرِ شتاب بیشینه خواهد شد؟

Sanatisharif.ir

مثال ۲۴



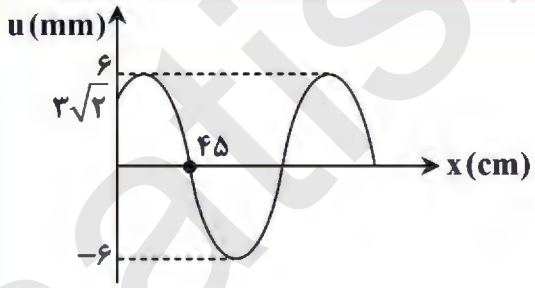
شکل‌های مقابل، نقش یک موج را در لحظات t_1 و t_2 نشان می‌دهد. اگر سرعت انتشار موج در ریسمان $۲۰\frac{m}{s}$ باشد،

الف) طول موج را تعیین کنید.

ب) بسامد موج را بیابید.

ج) فاصله‌ی نقاط M و N چند سانتی‌متر است؟

مثال ۲۵



شکل مقابل، نقش موج را در لحظه‌ی $t = t_1$ نشان می‌دهد. اگر موج با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها منتشر شود، ۰/۰۳ ثانیه پس از این لحظه سرعت نقطه‌ی واقع بر $x = ۶۰cm$ چند متر بر ثانیه است؟

سرعت انتشار موج عرضی در ریسمان

گفتیم که سرعت انتشار موج در هر محیط، به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد. می‌توان نشان داد سرعت انتشار موج عرضی درون ریسمانی به طول l و جرم m که تحت کشش F قرار دارد، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} \qquad (؟-۴)$$

Sanatisharif.ir

اگر توزیع جرم در ریسمان کاملاً یکنواخت باشد، نسبت $\frac{m}{l}$ مقدار ثابتی است و فرض می‌کنیم $\mu = \frac{m}{l}$ باشد. μ را جرم واحد طول ریسمان می‌نامیم و یکای این کمیت در SI، کیلوگرم بر متر ($\frac{\text{kg}}{\text{m}}$) است. در این‌صورت:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (؟-۴)$$

نکته: برای مقایسه‌ی سرعت انتشار موج در دو ریسمان مختلف یا مقایسه‌ی سرعت انتشار موج در یک ریسمان و در دو وضعیّت متفاوت می‌توان نوشت:

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{F'}{F} \cdot \frac{l'}{F} \cdot \frac{m}{m'}} \qquad (؟-۴)$$

مثال ۲۶

تاری به جرم ۱۶۰g و طول ۸۰cm بین دو نقطه با نیروی کشش ۲۰N محکم شده است و امواجی با بسامد ۵۰Hz درون آن منتشر می‌شود:

الف) سرعت انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟

ب) طول موج چند متر است؟

ج) اگر بسامد موج را نصف کنیم، سرعت انتشار موج و طول موج چگونه تغییر می‌کنند؟

مثال ۲۷

نیروی کشش تاری را دو برابر و طول آن را نصف می‌کنیم. سرعت انتشار موج در آن چند برابر می‌شود؟

مثال ۲۸

جرم یک متر از طناب A، با جرم ۳ متر از طناب B برابر است. طول یکسان از دو طناب را در امتداد هم، به یکدیگر می‌بندیم و از دو طرف با نیروی F می‌کشیم. اگر یک تپِ موج طول طناب A را در مدّت t ثانیه بپیماید، طول طناب B را در چه مدّتی طی می‌کند؟

Sanatisharif.ir

مثال ۲۹

در شکل مقابل جرم طناب همگن، m و جرم وزنه‌ی متّصل به آن $M = ۳m$ است اگر B وسط طناب و A دقیقاً بالای طناب باشد، نسبت سرعت انتشار را امـواج عرضـی در نقطـه‌ی A به B را بیابید.

نکته: اگر قطر سیم (ریسمان، تار و...) را با d و چگالی آن را با ρ نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \sqrt{\frac{Fl}{\rho(Al)}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \qquad (؟-۴)$$

و اگر سطح مقطع سیم، دایره باشد...

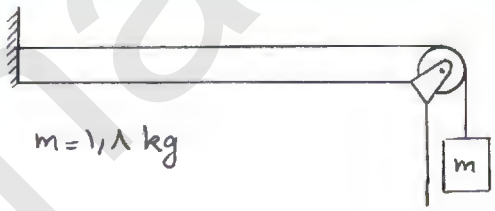
$$V = \sqrt{\frac{F}{\rho \pi r^{۲}}} = \sqrt{\frac{۴F}{\rho \pi d^{۲}}}$$

$$V = \frac{۲}{d}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} \qquad (؟-۴)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{V'}{V} = \frac{d}{d'} \cdot \sqrt{\frac{F'}{F} \cdot \frac{\rho}{\rho'}} \qquad (؟-۴)$$

مثال ۳۰



مطابق شکل، موجی درون یک ریسمان به طول ۲m منتشر می‌شود. اگر جرم ریسمان ۴۰g و معادله‌ی ارتعاشی دو نقطه از محیط به‌صورت:

$$y_۱ = ۲\times۱۰^{-۳}\sin(۲۵\pi t - \frac{\pi}{۶}) \quad \text{و}$$

$$y_۱ = ۲\times۱۰^{-۳}\sin(۲۵\pi t - \frac{\pi}{۴})$$

باشد (y بر حسب متر و t بر حسب ثانیه) حداقل فاصله‌ی میان این دو نقطه چند سانتی‌متر است؟

Sanatisharif.ir

مثال ۳۱

قطر مقطع یک سیم مرتعش، $1mm$، چگالی آن $8\frac{g}{cm^3}$ و طول آن $80cm$ است. اگر یک موج عرضی در مدّت $0/02$ ثانیه طول سیم را طی کند، نیروس کشش سیم چند نیوتون است؟ $(\pi \simeq 3)$

نکته: امواج با خود انرژی را از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر منتقل می‌کنند. هنگامی که یک موج سینوسی با دامنه‌ی A و بسامد f در طناب بلند کشیده‌ای پیش می‌رود، انرژی نیز در طناب منتقل می‌شود. توان انتقال انرژی از هر نقطه‌ی طناب تابعی از زمان است و با گذشت زمان تغییر می‌کند.

می‌توان نشان داد مقدار متوسط توان انرژی از هر نقطه از طناب کشیده‌ای که جرم واحد آن μ است، در مدّت یک دوره، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\overline{P} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu V \qquad (؟-۴)$$

در مورد سایر موج‌های غیر سینوسی نیز می‌توان نتیجه گرفت، توان انتقال انرژی با مجذور دامنه و مجذور بسامد موج متناسب است.

مثال ۳۲

موجی با دامنه‌ی ۴ میلی‌متر و بسامد ۲۵ هرتز با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه در یک تار فلزی منتشر می‌شود. اگر چگالی فلز سازنده‌ی تار $5\frac{g}{cm^3}$ و قطر تار $2mm$ باشد، در هر دقیقه چند میلی ژول انرژی از هر نقطه‌ی تار منتقل می‌شود؟ $(\pi = 3)$

نکته: می‌توان نشان داد انرژی موج در طولی از طناب که برابر یک طول موج است، از رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود:

$$E = 2\pi^2 \mu V f A^2 \qquad (؟-۴)$$

Sanatisharif.ir

مثال ۳۳

ریسمانی به طول $۲۰۰\,cm$ توسط نیروی ۴۰ نیوتون کشیده شده و موجی با بسامد $۴۰\,Hz$ در آن منتشر می‌شود.

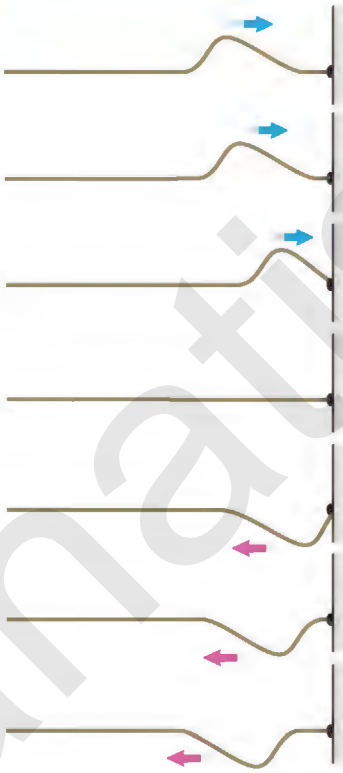
اگر جرم ریسمان $۵۰\,g$ و دامنه‌ی نوسانات $۵\,mm$ باشد،

الف) سرعت انتشار موج و طول موج را تعیین کنید.

ب) انرژی موج در طول طناب را تعیین کنید.

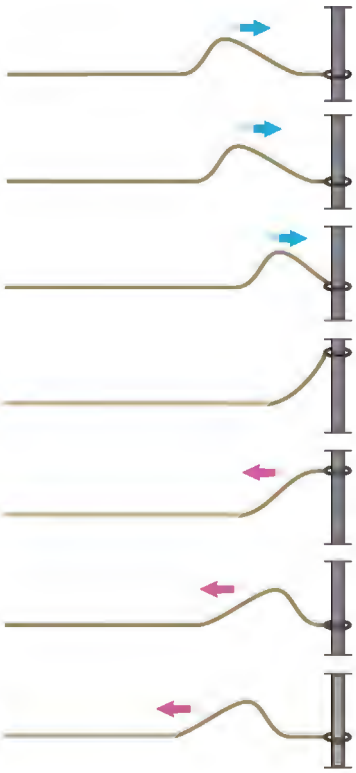
بازتاب موج

هنگامی‌که یک موج به انتهای محیط می‌رسد، یا وارد محیطی دیگر می‌شود، مقداری از انرژی آن باز می‌گردد و مقداری از آن وارد محیط دوّم خواهد شد.



برای بررسی پدیده‌ی بازتاب موج (که در مورد امواج طولی و الکترومغناطیسی نیز صادق است)، فرض می‌کنیم تمام انرژی موج از مرزِ مشترکِ دو محیط بازتاب شده و به محیط اوّل باز گردد. علاوه بر آن از اصطکاک و اتلاف انرژی نیز صرف نظر می‌کنیم.

نحوه‌ی بارتاب موج از انتهای طناب، به نحوه‌ی اتصال انتهای طناب بستگی دارد و آن را در دو وضعیّت بررسی می‌کنیم.



الف) بازتاب از انتهای بسته‌ی طناب: در این حالت، انتهای طناب به نقطه‌ای از دیوار یا... محکم بسته شده و نمی‌تواند نوسان نماید. هنگامی‌که یه تپ یا یک موج به انتهای ثابت طناب می‌رسد، جزئی از طناب که در مجاورت ای نقطه است، به آن نیرویی رو به بالا (یا رو به پایین) وارد می‌کند تا آن را به نوسان در آورد. امّا از آن‌جا که این نقطه ثابت است، طبق قانون سوّم نیوتون به طناب نیرویی در جهت مخالف وارد می‌کند. یعنی این نقطه، تپی در خلاف جهت ایجاد می‌کند که در خلاف جهت تپ اوّلیه در طناب منتشر می‌شود.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای رسم موج بازتاب شده از انتهای بسته‌ی طناب کافی است آن را حول نقطه‌ی متّصل به دیوار، قرینه‌ی

Sanatisharif.ir

مرکزی نماییم. و در نتیجه دو موج رفت و برگشتی با یکدیگر π رادیان اختلاف فاز دارند.

ب) بازتاب از انتهای باز طناب: در این حالت وقتی موج به انتهای طناب می‌رسد، این نقطه نیز شبیه سایر نقاط محیط نوسان می‌کند. یعنی انتهای طناب مانند چشمه‌ی موجی عمل می‌کند که موجی را همانند موج رسیده به نقطه‌ی اتصال، در خلاف جهت ایجاد می‌نماید.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای رسم موج بازتاب از انتهای آزاد طناب، کافی است آن را حول راستای ارتعاش نقطه‌ی متصل به دیوار، قرینه‌ی محوری نماییم.

مثال ۳۴

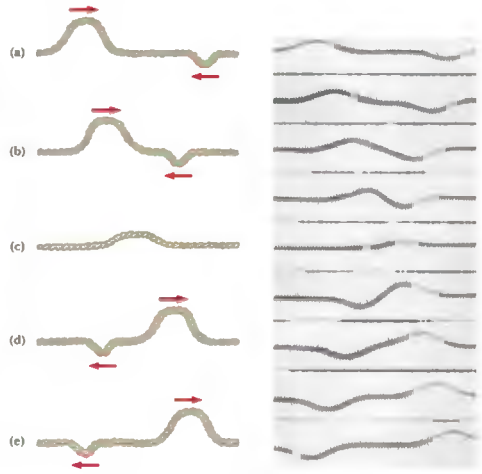
تپی مانند شکل‌های زیر در طنابی در حال انتشار است. شکل تپ بازتابی آن را از انتهای آزاد و از انتهای بسته‌ی طناب، به‌طور جداگانه رسم کنید.

اصل بر هم نهی موج‌ها

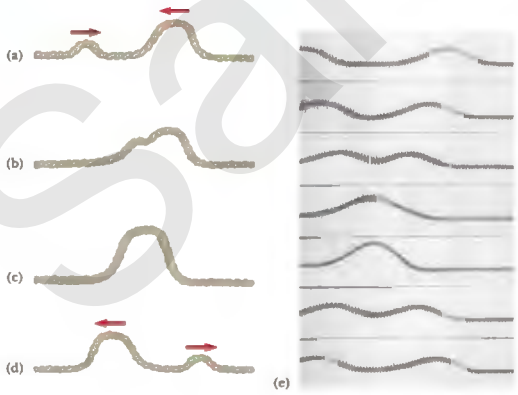
بر طبق این اصل، هر موج در حال انتشار، بدون آن‌که برای انتشار سایر موج‌ها مزاحمتی ایجاد کند، از آن‌ها عبور کرده و به انتشار خود ادامه می‌دهد، درست مانند آن‌که هیچ موج دیگری در محیط منتشر نمی‌شود. در نقطه‌ای که دو یا چند موج با هم تلاقی می‌کنند، جابه‌جایی ذرّه‌ای از محیط که در آن نقطه است، برابر جابه‌جایی‌های حاصل از هر یک از موج‌ها است:

$$\vec{u}_T = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 + \cdots$$

برهم نهی دو موج می‌تواند سازنده و یا ویرانگر باشد:



(تداخل ویرانگر دو تپ عرضی)

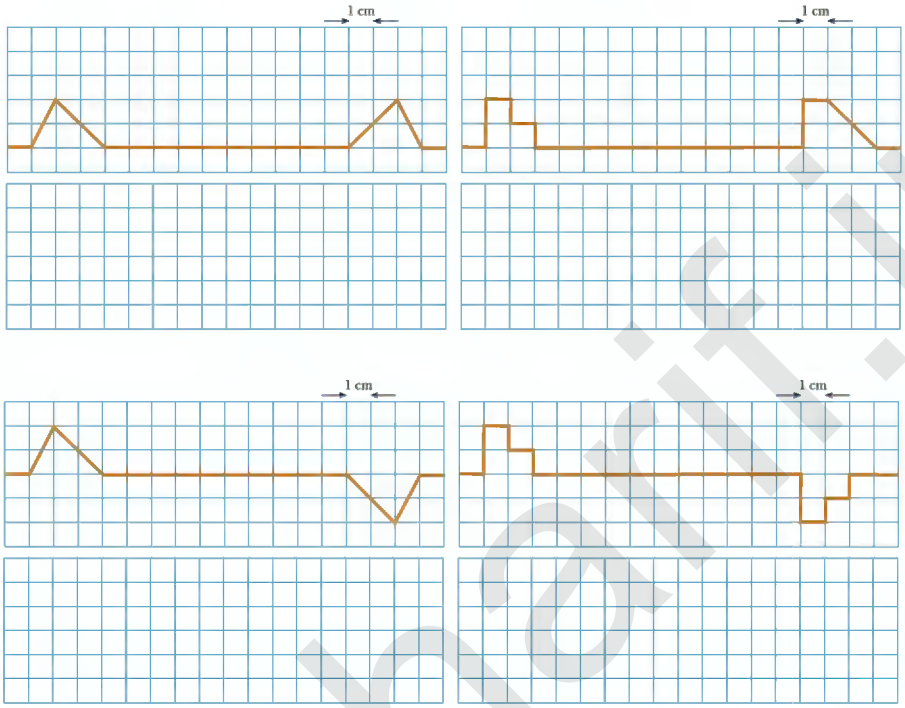


(تداخل سازنده‌ی دو تپ عرضی)

SanatSharif.ir

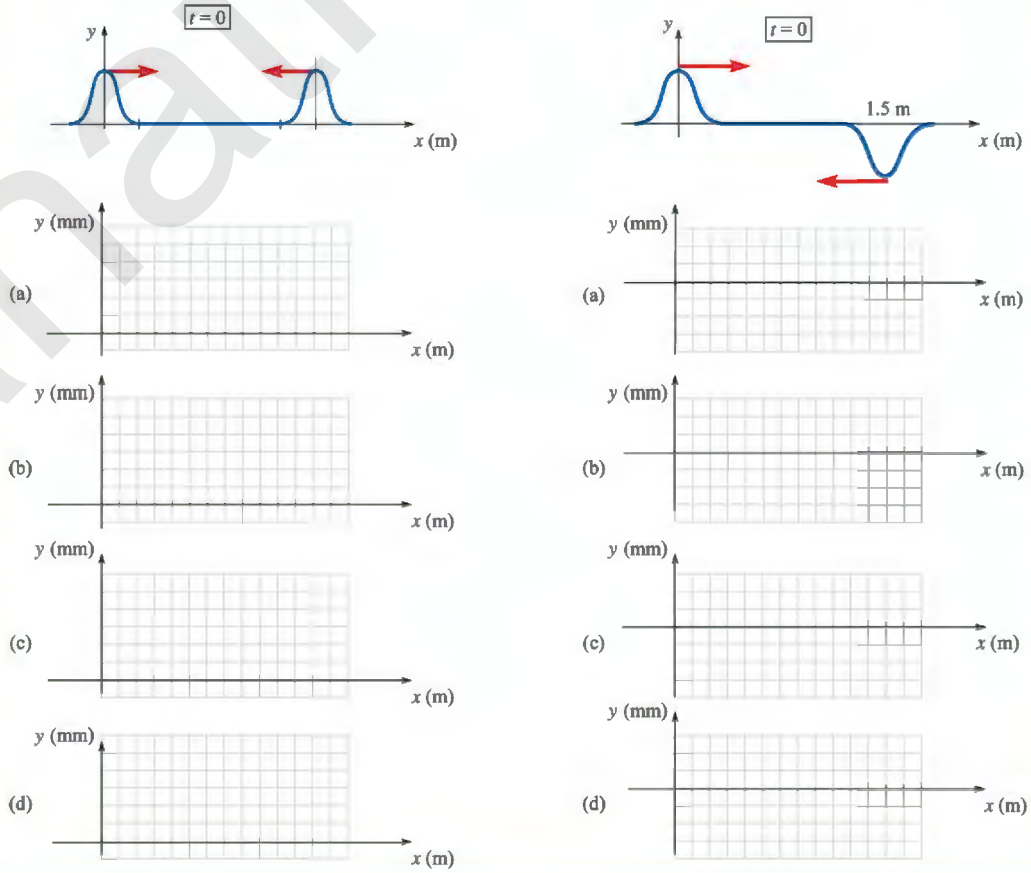
مثال ۳۵

در هر کدام از شکل‌های زیر، فرض کنید سرعت انتشار تپ در محیط V باشد. شکل برآیند دو موج را در لحظات خواسته شده رسم کنید. (شکل‌ها در $t = ۰$ رسم شده‌اند.)



مثال ۳۶

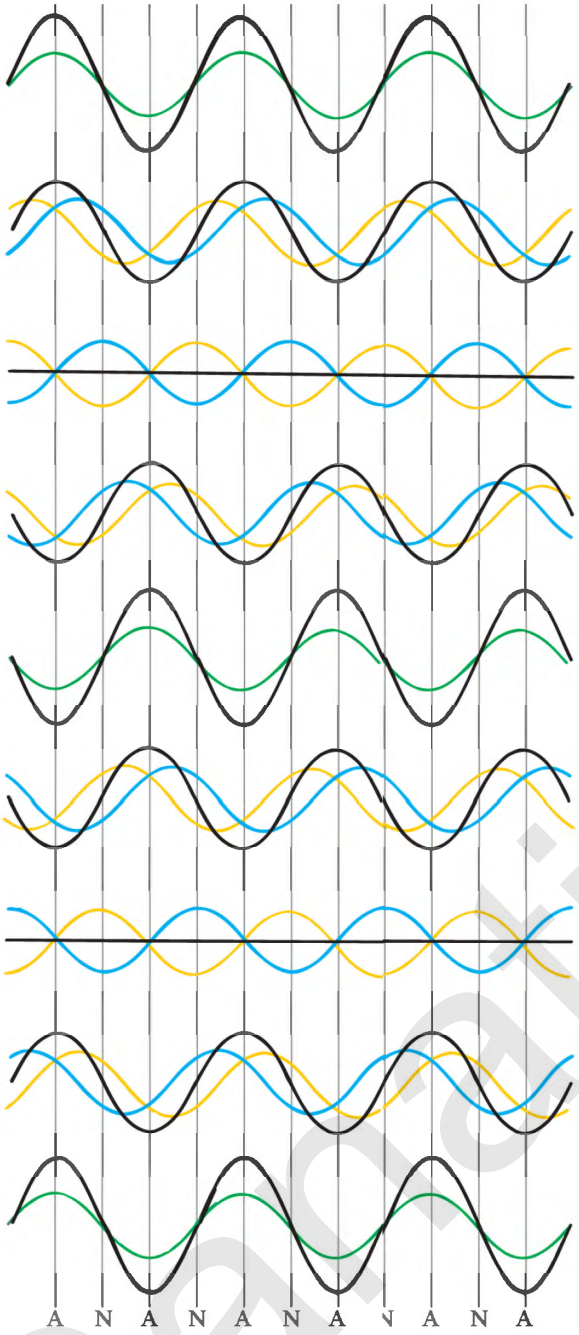
در هر کدام از شکل‌های زیر، فرض کنید سرعت انتشار تپ در محیط V باشد. شکل برآیند دو موج را در لحظات خواسته شده رسم کنید. (شکل‌ها در $t = ۰$ رسم شده‌اند.)



Sanatisharif.ir

موج‌های ایستاده

دو چشمه‌ی موج هم دامنه و هم بسامد را در نظر می‌گیریم که در دو انتهای ریسمان کشیده‌ای شروع به نوسان می‌کنند و امواجی را به سمت هم ارسال می‌نمایند. بنابر اصل بر هم نهی، هر جزء طناب تحت تأثیر دو موج قرار دارد و جابه‌جایی آن در هر لحظه، برآیند جابه‌جایی‌های آن‌هاست. وضعیّت نوسانی هر نقطه از موج، در این حالت، بستگی به مکان آن دارد. چنین موجی را موج ایستاده می‌نامند زیرا حرکت موج دیگر در طول طناب مشاهده نمی‌شود.



مجموعه شکل‌های مقابل، نحوه‌ی تشکیل امواج ایستاده‌ی حاصل از دو موج سینوسی هم دامنه و هم بسامد را نشان می‌دهد.

نکته: با دقّت در شکل‌های مقابل می‌توان نتیجه گرفت:

۱. برخی از نقاط همواره ساکن هستند. یعنی دو موج وقتی به این نقاط می‌رسند، همواره در فاز مخالف می‌باشند. این نقاط را گره می‌نامیم و با N نمایش می‌دهیم.

۲. برخی از نقاط محیط، با بیش‌ترین دامنه نوسان می‌کنند، زیرا وقتی دو موج به این نقاط می‌رسند، همواره با یکدیگر هم‌فاز هستند و تداخل آن‌ها سازنده است. این نقاط را شکم می‌نامیم و با A نمایش می‌دهیم.

۳. جای گره‌ها و شکم‌ها در طول طناب ثابت است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

۴. دامنه‌ی نوسانی نقاط مختلف، با یکدیگر متفاوت ست. امّا تمام نقاط بین دو گره‌ی متوالی، همزمان با یکدیگر به بیشینه‌ی بُعد نوسانی خود می‌رسند. یعنی نقاط بین دو گره‌ی متوالی، همگی با یکدیگر هم‌فاز هستند.

۵. فاصله‌ی میان دو گره متالی، یا فاصله‌ی میان دو شکم متوالی، $\frac{\lambda}{۲}$ است.

۶. فاصله‌ی میان یک گره و شکم مجاور آن، $\frac{\lambda}{۴}$ است.

SadafSharif.ir

بررسی تار مرتعش

یک ریسمان یا تار را در نظر می‌گیریم که بین دو نقطه محکم بسته شده است. اگر به نقطه‌ای از این تار ضربه‌ای وارد شود، شروع به ارتعاش می‌کند و درون آن یک موج تولید می‌شود که پس از برخورد به دو انتهای بسته‌ی آن، بازتاب شده و تشکیل امواج ایستاده می‌دهند.

از آن‌جا که دو انتهای تار، بسته شده‌اند و نمی‌توانند نوسان کنند، این دو نقطه همواره گره خواهند بود. در این‌صورت حالت‌های مختلف زیر در تار ممکن است ایجاد شود:

اگر فقط یک شکم در طول ریسمان ایجاد شده

باشد، بسامد حاصل از آن را بسامد اصلی یا هماهنگ اصلی یا صوت اصلی و ... می‌نامند. در این حالت اگر طول ریسمان را با l نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$l=\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1=2l$$

$$f_1=\frac{V}{2l} \qquad (؟-۴)$$

اگر دو شکم (و در نتیجه ۳ گره) در طول ریسمان

ایجاد شده باشد، به آن هماهنگ دوّم گفته می‌شود و داریم:

$$l=2\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2=\frac{2l}{2} \Rightarrow f_2=\frac{V}{l}$$

به همین ترتیب اگر تعداد شکم‌ها و گره‌ها افزایش یابد، هماهنگ‌های بعدی در تار، نواخته می‌شود.

اگر درون تار مرتعش، n شکم (یا $n+1$ گره)

ایجاد شده باشد. هماهنگ n ام در حال نواخته شدن است و در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$l=n\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n=\frac{2l}{n} \qquad (؟-۴)$$

$$f_n=n\frac{V}{2l}=nf_1 \qquad (؟-۴)$$

مثال ۳۷

در یک ریسمان دو انتها بسته به طول $50\,cm$، موج ایستاده تشکیل شده است. اگر سرعت انتشار موج در ریسمان $30\,\frac{m}{s}$ باشد در آن ۵ گره ایجاد شده باشد:

الف) بسامد نوسان ذرّات ریسمان چند هرتز است؟

ب) طول موج چند سانتی‌متر است؟

ج) شکل امواج ایستاده‌ی درون ریسمان را رسم کنید.

Sanatisharif.ir

مثال ۳۸

یک تار مرتعش دو انتها بسته به طول $80\,cm$ را با بسامد $300\,Hz$ به نوسان در می‌آوریم و در آن ۴ گره ایجاد می‌شود.

الف) سرعت انتشار موج در تار را بیابید.

ب) اگر ریسمان با نیروی $6/4\,N$ کشیده شده باشد، جرم آن چند گرم است؟

مثال ۳۹

در یک تار مرتعش چند درصد نیروی کشش تار بیفزاییم تا بر بسامد اصلی آن ۲۰٪ افزوده شود؟ (طول تار ثابت است.)

مثال ۴۰

دو سیم با طول و سطح مقطع برابر بین دو نقطه، با نیروی یکسان کشیده و بسته شده‌اند. اگر بسامد هماهنگ سوّم سیم اوّل، برابر بسامد صوت اصلی سیم دوّم باشد، نسبت چگالی سیم اوّل به چگالی سیم دوّم را بیابید.

مثال ۴۱

دو بسامد متوالی یک تار مرتعش، $480\,Hz$ و $360\,Hz$ است. بسامد صوت اصلی این تار چند هرتز است؟

مثال ۴۲

تارهای A و B هم‌جنس هستند و قطر تار A نصف قطر تار B است. وقتی در تار A موج با بسامد $100\,Hz$ و در تار B موج با بسامد $150\,Hz$ منتشر می‌شود. طول موج در دو تار مساوی است. نیروی کشش تار B چند برابر نیروی کشش تار A است؟

Sanatisharif.ir

مثال ۴۳

چگالی یک تار مرتعش که دو سر آن بسته شده، $۴\frac{g}{cm^۳}$، قطر مقطع آن $۱mm$ و طول آن $۴۰cm$ است. اگر تار با نیروی $۳۰N$ کشیده شود، بسامد صورت اصلی آن چند هرتز است؟ $(\pi = ۳)$

مثال ۴۴

تاری بین دو نقطه بسته شده و با بسامد f ارتعاش می‌کند و در طول آن یک شکم تشکیل شده است. اگر نیروی کشش تار را چهار برابر کنیم و آن را با بسامد $۸f$ به ارتعاش در آوریم، در طول تار چند شکم تشکیل می‌شود؟

مثال ۴۵

مطابق شکل، در یک تار مرتعش موج ایستاده تشکیل شده است. اگر طول تار $۶۰cm$ و جرم آن $۲g$ باشد، ...

الف) جرم وزنه‌ی آویخته به آن چند گرم است؟

ب) اگر بخواهیم تعداد گره‌های تشکیل شده در تار افزایش یابد، جرم وزنه‌ی آویخته شده را باید کاهش دهیم یا افزایش؟ چرا؟

ج) برای آنکه در طول این تار، پنج شکم تشکیل شود، جرم وزنه‌ی موجود را چقدر باید تغییر دهیم؟

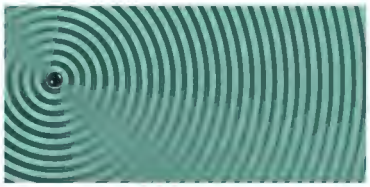
Sanatisharif.ir

انتشار امواج در دو و سه بُعد

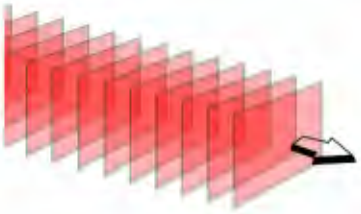
امواج می‌توانند در دو بُعد و در سه بُعد نیز انتشار یابند:

- انتشار موج روی سطح آب نمونه‌ای از انتشار دو بعدی است.
- انتشار موج‌های صوتی و امواج الکترومغناطیسی، نمونه‌هایی از انتشار سه‌بُعدی است.

نکته: مکان هندسی نقطه‌هایی از محیط که در آن نقطه‌ها، تابع موج دارای فاز یکسانی است. جبهه‌ی موج نامیده می‌شود. اگر محیط انتشار موج، همگن باشد، ...



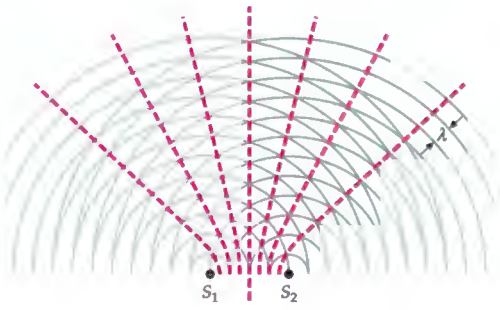
- جبهه‌ی موج هنگام انتشار در دو بُعد، به‌صورت دایره‌های متحدالمرکز خواهد بود که شعاع آن‌ها به تدریج افزایش می‌یابد.



- جبهه‌ی موج در انتشار سه بُعدی، به‌صورت کره‌های متحدالمرکز خواهد بود و در فاصله‌های بسیار دور از چشمه‌ی موج، قسمت‌های کوچکی از جبهه‌ی موج‌های کروی، به صورت صفحه‌های موازی در می‌آیند و به آن‌ها موج تخت گفته می‌شود.

نکته: اگر دو چشمه‌ی موج هم بسامد و هم فاز و هم دامنه در سطح آب در اختیار داشته باشیم، امواج حاصل از این دو چشمه نیز می‌توانند با یکدیگر تداخل اختیار داشته باشیم، امواج حاصل از این دو چشمه نیز می‌توانند با یکدیگر تداخل انجام دهند و نقاط گره و شکم در سطح آب تشکیل می‌شود.

- اگر اختلاف راه نقطه‌ای از محیط تا دو چشمه، مضرب درستی از طول موج باشد، نقطه‌ی مورد نظر بیش‌ترین دامنه را دارد و شکم است
- اگر اختلاف راه نقطه‌ی مورد نظر تا دو چشمه، مضرب نیم صحیحی از طول موج باشد. نقطه حرکت نوسانی ندارد و گره تشکیل می‌شود.



sanatisharif.ir

مثال ۴۷

معادله‌ی نوسانی دو چشمه‌ی S_1 و S_2 در SI به‌صورت $u = ۲\times۱۰^{-۳}\sin(۱۰۰\pi t)$ است. نقطه‌ی M در فاصله‌ی ۲/۲ متری چشمه‌ی S_1 و در فاصله‌ی $۱/۴\,\mathrm{m}$ از چشمه‌ی S_2 قرار دارد. دامنه‌ی نوسانات نقطه‌ی M چند میلی‌متر است؟ (سرعت انتشار موج در محیط را $۲۰\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ در نظر بگیرید.)

Sanatisharif.ir