فیزیک ۱

پیش دانشگاهی

نیرو و حرکت

حمید فدائی فرد

Fadaifard.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

قوانین نیرو

Dynamics

دینامیک شاخه ای از فیزیک است که در آن عامل ایجاد شتاب در اجسام بررسی می شود. این عامل، **نیرو** است. می گوییم نیرو به یک جسم وارد می شود و می توان نیروها را به صورت های زیر توصیف کرد:

- نیرو عاملی است که اگر بر یک جسم وارد شود، باعث تغییر در وضعیت حرکت آن جسم می شود.
- نیرو، برهمکنش دو جسم بر یکدیگر است. این تاثیر ممکن است ناشی از تماس دو جسم باشد و یا دو جسم از راه دور بر یکدیگر نیرو وارد کنند.
- نیرو کمیتی برداری است و دارای اندازه، راستا و جهت است.

برای بررسی نیروها و ارتباط آن با حرکت و... ، قوانین زیر توسط نیوتون ارائه شده است.

۱. قانون اول نیوتون:

تا قبل از اینکه نیوتون، مکانیک را پایه ریزی کند، تصوری شد برای اینکه جسم بتواند به حرکت با سرعت ثابت خود ادامه دهد، «نیرو» لازم است. آن زمان تصوری شد که یک جسم وقتی در حالت «طبیعی» خود قرار دارد که ساکن باشد. برای حرکت با سرعت ثابت، باید ظاهراً جسم به نحوی، رانده شود. در غیر اینصورت جسم باید بنا به «طبیعت» خود بایستد. اما با آزمایش هایی که انجام شد، مشخص شد که این تصور صحیح نیست؛ زیرا یک جسم وقتی با سرعت ثابتی بر روی سطح های مختلفی در حال حرکت است، پس از طی مسافت های مختلفی - که به جنس سطح ها بستگی دارد - متوقف می شود و هر قدر سطح مورد نظر «لیز» تر باشد، جسم مسافت بیشتری را قبل از توقف می پیماید. یعنی می توان نتیجه گرفت برای اینکه جسم با سرعت ثابت حرکت کند، نیازی به نیرو نیست. به این ترتیب قانون اول نیوتون چنین بیان می شود:

یک جسم حالت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ می کند، مگر آن که تحت تأثیر نیرویی، مجبور به تغییر آن حالت شود.

از قانون اول نیوتون نتیجه می شود که: اگر به جسمی نیرو وارد نشود (یا برآیند نیروهای وارد بر جسم، صفر باشد)، چنانچه جسم ساکن باشد، ساکن می ماند و اگر در حرکت باشد، به حرکت خود با سرعت ثابت بر روی خط راست ادامه می دهد.

Sanatisharif.ir

مثال ۱ـ شخصی در اتومبیلی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نشسته است. توضیح دهید

الف) چرا وقتی راننده ترمز می‌کند، شخص به جلو پرتاب می‌شود؟

ب) چرا وقتی راننده سرعت اتومبیل را افزایش می‌دهد، شخص به طرف عقب رانده می‌شود و به صندلی می‌چسبد؟

پ) چرا وقتی اتومبیل تغییر جهت می‌دهد، شخص به طرف بیرون پرتاب می‌شود؟

⚠ **نکته:** از قانون اول نیوتن نتیجه می‌شود که اجسام تمایل دارند وضعیت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ کنند. به این تمایل اجسام، لختی گفته می‌شود. به همین دلیل به قانون اول، قانون لختی یا قانون اینرسی نیز گفته می‌شود.

۲. قانون دوم نیوتون:

از قانون اول نیوتون استنباط می‌شود که اگر بر جسم نیرو وارد شود، نه تنها جسم ساکن نمی‌ماند، بلکه حرکتش شتابدار خواهد بود. رابطه‌ی میان نیروی وارد بر جسم، جرم جسم و شتاب آن به صورت قانون دوم نیوتون بیان می‌شود.

اگر به یک جسم نیروهایی وارد شود، جسم شتابی می‌گیرد که با برآیند نیروهای وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

بنابراین می‌توان نوشت:

برآیند نیروهای وارد بر جسم

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \Rightarrow \boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

در این رابطه، جرم بر حسب کیلوگرم (kg)، شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه (m/s^2) و نیرو بر حسب نیوتون ($N \equiv kg\frac{m}{s^2}$) است.

مثال ۲ـ جسمی به جرم $5\,kg$ تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1 = -15\hat{i} + 8\hat{j}$، $\vec{F}_2 = -21\hat{i} + 19\hat{j}$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$ پیدا کرده است. اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_3$ را تعیین کنید. اگر نیروی $\vec{F}_3$ حذف شود، شتاب جسم چند برابر خواهد شد؟

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۳- جسمی تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F_1}=\alpha\hat{i}+3\hat{j}$ ، $\vec{F_2}=4\hat{i}-3\hat{j}$ و $\vec{F_3}=-\hat{i}+\beta\hat{j}$ قرار دارد و جسم ساکن است. اگر نیروی $\vec{F_1}$ را حذف کنیم، شتاب جسم، a_1 و اگر نیروی $\vec{F_2}$ را حذف کنیم، شتاب جسم، a_2 می‌شود. نسبت $\frac{a_2}{a_1}$ را بیابید.

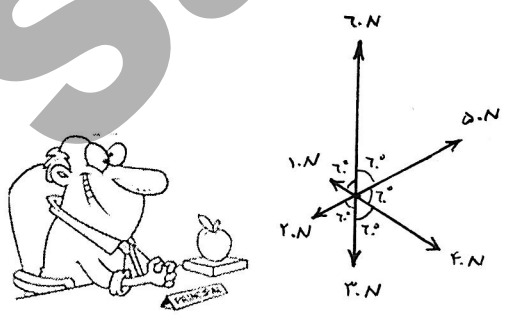
⚠ **نکته:** رابطه‌ی مربوط به قانون دوم نیوتون را می‌توان به صورت $|\Sigma\vec{F}|=m.a$ نیز مورد استفاده قرار داد.

مثال ۴- نیروی F، به جسمی به جرم m، شتاب a و به جسمی به جرم $m-2$، شتاب $\frac{3}{2}a$ می‌دهد. m را بیابید.

مثال ۵- نیروی F، به جسمی به جرم m_1، شتاب $2m/s^2$ و به جسمی به جرم m_2 شتاب $3m/s^2$ می‌دهد. این نیرو به جسمی به جرم m_1+m_2 چه شتابی می‌دهد؟

مثال ۶- به جسمی به جرم m، دو نیروی متعامد 3F و 4F وارد می‌شود. اگر نیروی بزرگتر را حذف کنیم، شتاب جسم چند برابر می‌شود؟

مثال ۷- به جسمی به جرم 4.0kg، شش نیروی نشان داده شده در شکل وارد می‌شود. اندازه‌ی شتاب جسم چقدر است؟



Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۸ـ سه نیروی $F_1=8\,N$ ، $F_2=6\,N$ و $F_3=12\,N$ به جسمی به جرم $4\,kg$ اثر می‌کند و جسم ساکن است. هرگاه نیروی F_3 حذف شود، شتاب جسم چقدر می‌شود؟

مثال ۹ـ در مثال قبل، اگر بدون تغییر جهت، اندازه‌ی نیروهای F_1 و F_2 دو برابر شود، شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟

مثال ۱۰ـ بردار مکان متحرکی در SI به صورت $\vec{r}=(2t^2+3t-1)\vec{i}+(t^3+t-2)\vec{j}$ و جرم جسم $2\,kg$ است. اندازه‌ی برآیند نیروهای وارد بر جسم را هنگامی که سرعت متحرک $13\sqrt{2}\,m/s$ می‌شود، تعیین کنید.

مثال ۱۱ـ اتومبیلی به جرم ۲ تن در جاده‌ای افقی با سرعت $72\,\frac{km}{h}$ حرکت می‌کند. در یک لحظه، راننده ترمز می‌گیرد و اتومبیل پس از $10\,s$ متوقف می‌شود. برآیند نیروهایی که اتومبیل را از حرکت بازداشته چند نیوتون است؟

مثال ۱۲ـ یک بالون تحقیقاتی به جرم کلی M در راستای قائم با شتاب a فرود می‌آید. چه جرمی از وزنه‌های تعادل، باید از بالون بیرون ریخته شود تا بالون با شتاب ثابت a به طرف بالا حرکت کند؟ (از نیروی مقاومت هوا بر بالون صرف نظر می‌شود و نیروی بالا بر بالون در هر دو حالت ثابت است.)

Sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

۳. قانون سوم نیوتون :

هنگامی که دو جسم یکدیگر را کشند یا می رانند، می گوییم با هم اندرکنش دارند. برطبق قانون سوم نیوتون ، « اگر دو جسم اندرکنش داشته باشند، نیروهایی که به یکدیگر وارد می کنند، همیشه هم اندازه و در خلاف جهت هم هستند » به عبارت دیگر، اگر جسم A به جسم B نیروی وارد کند، جسم B نیز به جسم A نیروی در خلاف جهت و هم اندازه ی آن وارد می کند.

در استفاده از قانون سوم نیوتون باید توجه داشت که نیروهای عمل و عکس العمل هرچند مساوی و در خلاف جهت هستند، یکدیگر را خنثی نمی کنند؛ زیرا بر دو جسم مختلف وارد می شوند.

مثال ۱۳ـ شخصی به جرم $80\,kg$ که روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است، ناگهان توپی به جرم $160\,g$ را با سرعت افقی $20\,m/s$ به سمت جلو پرتاب می کند. این شخص با چه سرعتی و در چه جهتی رانده می شود؟

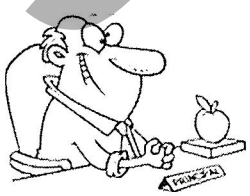
معرفی نیروها :

در ادامه ی بحث ، به معرفی تعدادی از نیروها که در مکانیک به آنها پرداخته می شود، می پردازیم . این نیروها عبارتند از : نیروی گرانش نیوتون ، نیروی عمودی تکیه گاه ، نیروی اصطکاک (ایستایی و جنبشی) ، نیروی کشش نخ و نیروی فنر . نیروهایی مانند نیروی الکتریکی، نیروی مغناطیسی و نیروی هسته ای نیز در بخش های دیگر علم فیزیک بررسی می شوند :

۱. نیروی گرانش نیوتون :

برطبق قانون گرانش نیوتون ، هرگاه دو جسم به جرم های m_1 و m_2 در فاصله ی r از یکدیگر قرار داشته باشند ، یکدیگر را با نیروی می رانند که این نیرو با حاصلضرب دو جرم ، رابطه ی مستقیم و با مجذور فاصله ی آنها رابطه ی وارون دارد. یعنی :

$$F = G.\frac{m_1.m_2}{r^2}$$



در این رابطه ، G ، ثابت جهانی گرانش نام دارد و مقدار آن $G=6,67\times10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$ است .

Sanatisharif.ir

مثال ۱۴- جرم زمین و ماه به ترتیب $6\times10^{24}\ kg$ و $7/4\times10^{22}\ kg$ و فاصله‌ی میان ماه و زمین، $4\times10^{5}\ km$ است. درچه فاصله‌ای از مرکز ماه، نیروی گرانشی ماه و زمین باهم برابراست؟

۲. نیروی وزن:

هنگامی که جسمی در نزدیکی سیاره یا جسم با جرم زیادی قرار داشته باشد، از طرف آن جسم، کشیده می‌شود. این نیرو را نیروی وزن جسم می‌نامند و معمولاً آن را با W (Weight) نشان می‌دهند. این نیرو را در دو وضعیت بررسی می‌کنیم:

الف - جسم روی سطح سیاره:

در این حالت، فاصله‌ی مراکز دو جسم، عملاً شعاع سیاره است و بنابراین طبق قانون گرانش نیوتون می‌توان نوشت:

$$F=G\frac{M\cdot m}{R^2}$$

حاصل عبارت $G\frac{M}{R^2}$ برای هر سیاره مقدار ثابتی است که آن را شتاب جاذبه در سطح سیاره می‌نامند و با g نمایش می‌دهند. بنابراین

$$g=G\frac{M}{R^2} \Rightarrow g_e=G\frac{M_e}{R_e^2}\simeq 9/77\simeq 9/8\simeq 10\ m/s^2$$

در این صورت خواهیم داشت:

$W=mg$ ← نیروی وزن در سطح سیاره

مثال ۱۵- جرم کره‌ی زمین تقریباً ۸۰ برابر جرم کره‌ی ماه و شتاب گرانش در سطح زمین تقریباً ۶ برابر شتاب گرانش در سطح ماه است. شعاع زمین تقریباً چند برابر شعاع ماه است؟

مثال ۱۶- جرم مریخ تقریباً $\frac{1}{9}$ جرم زمین و شعاع مریخ تقریباً نصف شعاع زمین است. وزن شخصی به جرم $50\ kg$، در کره‌ی مریخ تقریباً چند نیوتون است؟

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۱۷ـ شتاب گرانش در سطح سیاره ای که جرم و حجم آن ، ۸ برابر جرم و حجم کره زمین است، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است ؟

ب ـ جسم در ارتفاع h از سطح سیاره :

در این حالت ، فاصله ی جسم تا مرکز سیاره را می توان به صورت $r=R+h$ نوشت.

بنابراین بر طبق قانون جهانی گرانش نیوتن خواهیم داشت :

$$F = G\frac{M.m}{(R+h)^2}$$

اگر نیروی وزن در این حالت را نیز مانند حالت قبل ، برابر $W_h = mg_h$ بنویسیم ، در این صورت :

$$g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

⚠ **نکته :** با توجه به روابطی که برای g و g_h بدست آمد ، می توان نوشت :

$$\frac{W}{W_h} = \frac{g}{g_h} = \frac{G\frac{M}{R^2}}{G\frac{M}{(R+h)^2}} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 \quad \Rightarrow \frac{W}{W_h} = \frac{g}{g_h} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^2$$

مثال ۱۸ـ در چه فاصله ای از سطح زمین (بر حسب R_e ، شعاع این کره) ، شتاب گرانش ۴٪ مقدار آن در سطح کره زمین است ؟

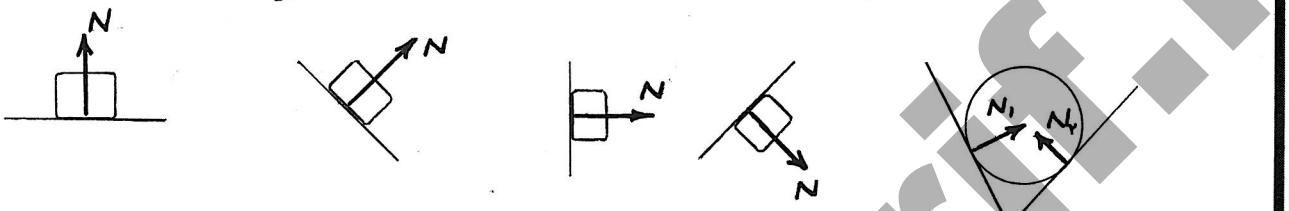
مثال ۱۹ـ وزن سفینه ای در سطح سیاره ی پلوتون ۱۲۵۰ N ، و در فاصله ی ۴۰۰ کیلومتری سطح آن ۸۰۰ N است. قطر این سیاره چند کیلومتر است ؟

Sanatisharif.ir

۵. نیروی عمودی سطح (تکیه گاه):

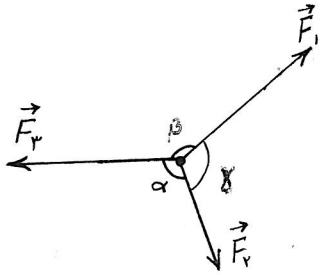
هرگاه جسمی بر روی سطحی قرار داشته باشد، از طرف سطح نیرویی در راستای عمود بر سطح و به طرف خارج سطح، به آن جسم وارد می‌شود که آن را نیروی عمودی سطح یا نیروی عمودی تکیه گاه می‌نامیم و معمولاً آن را با N نمایش می‌دهیم.

هیچ رابطه‌ای برای تعیین اندازه‌ی این نیرو وجود ندارد! و مقدار آن فقط به کمک قوانین نیوتن تعیین می‌شود.



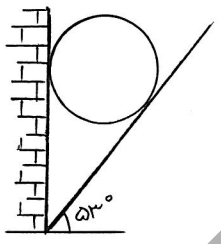
⚠ **نکته:** عکس العمل نیروی عمودی تکیه گاه، نیرویی است که از طرف جسم بر سطح، به صورت عمودی و به طرف درون سطح وارد می‌شود و این نیرو هیچ ارتباطی با نیروی وزن جسم ندارد. لذا هیچ گاه نیروی وزن، عکس العمل نیروی عمودی سطح نیست.

⚠ **نکته:** اگر سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مطابق شکل بر جسمی وارد شوند و برایند این نیروها صفر شود، بر طبق قضیه‌ی سینوس‌ها می‌توان نوشت:

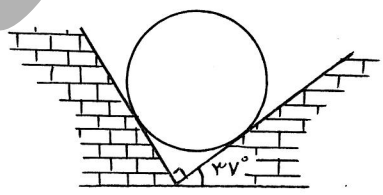


$$\frac{\sin\alpha}{F_1}=\frac{\sin\beta}{F_2}=\frac{\sin\gamma}{F_3}$$

مثال ۲۰- در هرکدام از شکل‌های زیر، نیروهایی که از طرف سطح‌ها به جسم وارد می‌شود را تعیین کنید.

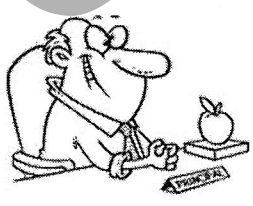


$m = ۳۰\ kg$



$m = ۲۰\ kg$

⚠ **نکته:** به نیرویی که جسم به سطح تکیه گاه خود وارد می‌کند، وزن ظاهری جسم گفته می‌شود، که هم اندازه‌ی نیروی عمودی تکیه گاه است. هنگامی که جسم روی سطح افقی ساکن قرار داشته باشد یا سطح افقی به طرف بالا یا پایین با سرعت ثابت حرکت کند (مانند زمانی که جسم، درون آسانسور قرار دارد و آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند)، وزن ظاهری با وزن واقعی برابر است:

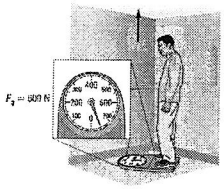


$$N = mg$$

Sanatisharif.ir

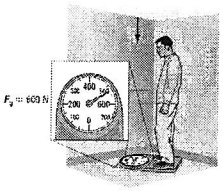
اما اگر سطح با شتاب ثابت حرکت کند، وزن ظاهری با وزن واقعی برابر نخواهد شد و در این صورت می‌توان دو حالت را تصور کرد:

الف ـ تکیه‌گاه با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت کند:



$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g+a)$$

ب ـ تکیه‌گاه با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند:



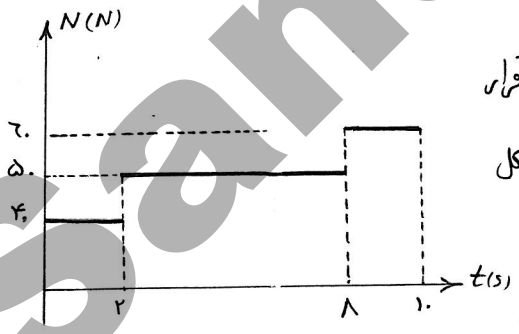
$$mg - N = ma \Rightarrow N = m(g-a)$$

هنگام استفاده از این دو رابطه باید توجه داشت که برای حالتی که حرکت تندشونده است، $a>0$ و برای حالتی که حرکت کندشونده است، $a<0$ در نظر گرفته شود.

مثال ۲۱ـ شخصی به جرم ۸۰ kg روی یک ترازو، درون آسانسوری ایستاده است. آسانسور قسمتی از مسیر را با شتاب ثابت $1/5\ m/s^2$ به طرف بالا می‌رود و سپس حرکت خود را با شتاب $1/5\ m/s^2$ کند کرده و متوقف می‌شود. اختلاف وزنی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟

مثال ۲۲ـ شخصی به جرم 48 kg درون آسانسوری روی یک ترازو ایستاده است. اگر ترازو وزن او را 600 N نشان دهد، در مورد شتاب آسانسور و جهت حرکت آن چه می‌توان گفت؟

مثال ۲۳ـ نمودار وزن ظاهری برحسب زمان برای جسمی که درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور از حال سکون به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نمودار سرعت ـ زمان را برای این آسانسور رسم کنید. (جرم این جسم 5 kg است)

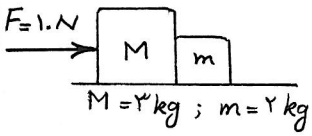


Sanatisharif.ir

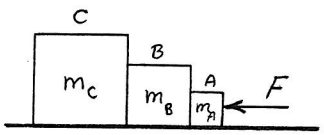
نکته: هنگام استفاده از قوانین نیوتون در حل مسائل دینامیک ...

- ابتدا باید جسم یا اجسام مورد مطالعه را مشخص نماییم.
- سپس نیروهای وارد بر جسم یا مجموعه‌ی اجسام مورد نظر را رسم کنیم (توجه داریم که در این حالت، نیروهای داخلی دیگر رسم نمی‌شوند.)
- پس از آن یک دستگاه مختصات مناسب برای توصیف حرکت در نظر می‌گیریم.
- و در نهایت تعیین می‌کنیم که جسم در راستای محورهای مختصات چه نوع حرکتی دارد (سکون، حرکت یکنواخت و حرکت شتابدار) و متناسب با آن قوانین نیوتون را به کار می‌بریم.

مثال ۲۴- در شکل مقابل، سطح افقی بدون اصطکاک است. نیروی بین دو جسم در سطح تماس آن‌ها چند نیوتون است؟

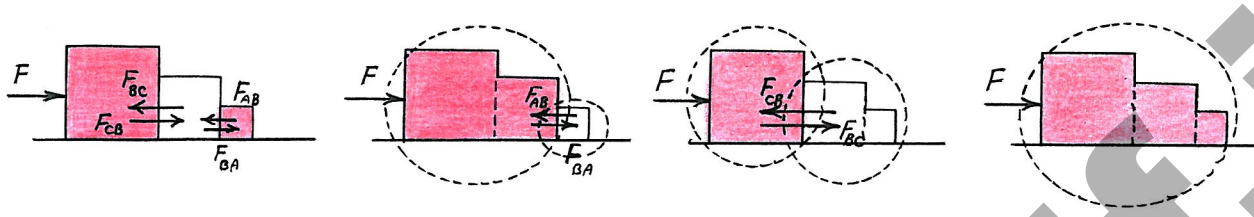


مثال ۲۵- در شکل مقابل، اصطکاک سطح افقی ناچیز است و نیروی افقی به وزنه‌ی A وارد می‌شود. اگر اندازه‌ی نیرویی که وزنه‌ی B به وزنه‌ی A وارد می‌کند، ۱۵ نیوتون باشد، نیرویی که وزنه‌ی B به وزنه‌ی C وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

نکته: همانگونه که قبلاً نیز گفته شد، قوانین نیوتون را می توان برای مجموعه‌ای دلخواه از اجسام نیز به کار برد. به طور مثال، برای مثال ۲۵، می توانیم روابط زیر را مجدداً استفاده قرار دهیم:

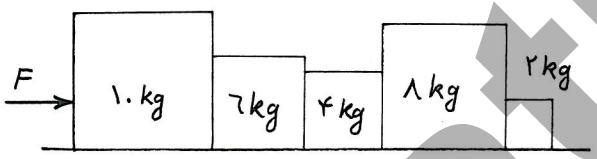


$$a=\frac{F_{AB}}{m_A}=\frac{F_{BC}-F_{AB}}{m_B}=\frac{F-F_{BC}}{m_C}=\frac{F_{AB}}{m_A}=\frac{F-F_{AB}}{m_B+m_C}=\frac{F_{BC}}{m_A+m_B}=\frac{F-F_{CB}}{m_C}=\frac{F}{m_A+m_B+m_C}$$

بنابراین در حل هر مساله، می توانیم از روابط متعددی کمک بگیریم و آنکه در چه زمانی از چه رابطه‌ای استفاده کنیم، به مهارت ما بستگی خواهد داشت!

مثال ۲۶- مثال ۲۵ را به کمک نکته‌ی بالا مجدداً حل کنید.

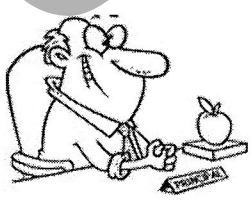
مثال ۲۷- در شکل مقابل، از کلیه‌ی اصطکاک ها صرف نظر می شود.



اگر نیرویی که جسم ۴ کیلوگرمی به جسم ۶ کیلوگرمی وارد می کند، ۱۴ نیوتون باشد،

الف) نیروی F چند نیوتون است؟

ب) هرکدام از جسم‌ها، چه نیرویی به جسم مجاور خود وارد می کند؟

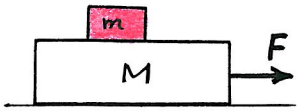


Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

۴. نیروی اصطکاک

هنگامی که بخواهیم دو جسم را بر روی یکدیگر به حرکت درآوریم، در سطح تماس دو جسم، نیرویی در امتداد سطح ایجاد می‌شود که تمایل دارد از حرکت آنها بر روی هم جلوگیری کند. این نیرو را نیروی اصطکاک می‌نامند.

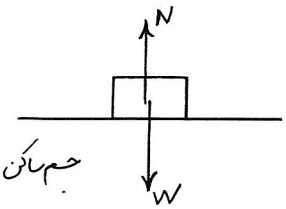
توجه به این نکته بسیار مهم است که نیروی اصطکاک، در مقابل حرکت یک جسم نسبت به جسم دیگر (مثلاً سطح تکیه‌گاه جسم) مخالفت می‌کند، اما گاهی اوقات، خود این نیرو سبب حرکت جسم خواهد شد! برای مثال، در شکل مقابل، اگر اصطکاکی بین دو جسم وجود نداشته باشد، جسم بالایی حرکت نخواهد کرد. یا مثلاً اگر اصطکاک بین لاستیک اتومبیل و سطح جاده وجود نداشته باشد، چرخ‌های اتومبیل در جای خود چرخ خواهند زد و اتومبیل حرکت نخواهد کرد. راه رفتن ما بر روی سطح زمین نیز به کمک نیروی اصطکاک صورت می‌گیرد.



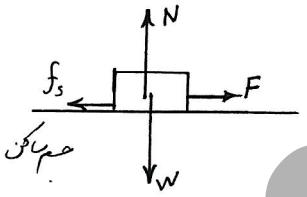
معمولاً نیروی اصطکاک میان دو جسم را در دو وضعیت بررسی می‌کنند؛ زیرا رفتار این نیرو، تابع این وضعیت است:

الف ـ اصطکاک ایستایی:

زمانی که جسم نسبت به سطح تکیه‌گاهش حرکت نکند، نیروی اصطکاک را اصطکاک ایستایی می‌نامند. مقدار این نیرو را فقط می‌توان به کمک قوانین نیوتن تعیین کرد و در حالت کلی رابطه‌ی خاصی برای آن وجود ندارد.



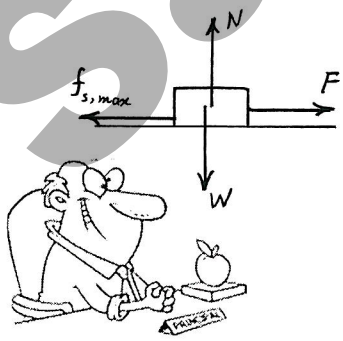
برای درک ماهیت این نیرو، جسمی را در نظر می‌گیریم که روی یک سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروهای وارد بر این جسم (N و W) با یکدیگر برابرند و جسم در تعادل خواهد بود و در این حالت، $f_s = 0$ است.



اکنون اگر نیروی افقی F را به جسم وارد کنیم و جسم همچنان ساکن باشد، در این صورت با توجه به قوانین نیوتن می‌توان نتیجه گرفت:

$$(\Sigma F)_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F - f_s = 0 \quad \Rightarrow \quad f_s = F$$

اگر در همین حالت، نیروی F را افزایش دهیم، تا زمانی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی نیز به تدریج افزایش می‌یابد و در هر حالت، نیروی اصطکاک ایستایی، با نیروی افقی وارد بر جسم برابر است.



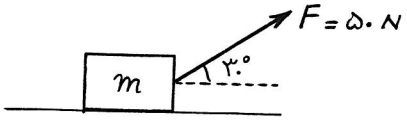
این وضعیت تا زمانی که جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد ادامه خواهد داشت. در این موقعیت نیروی اصطکاک ایستایی در حالت بیشینه خواهد بود و داریم:

$$f_{s,max} = \mu_s . N$$

Sanatisharif.ir

در این رابطه، μ_s ، ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد که کمیتی بدون واحد است و مقدار آن به جنس دو سطح بستگی دارد.

مثال ۲۸ـ در شکل مقابل، جسم در آستانه‌ی حرکت است.

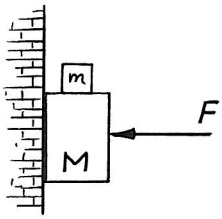


$m = 5\ kg$

الف) ضریب اصطکاک ایستایی سطح را تعیین کنید.

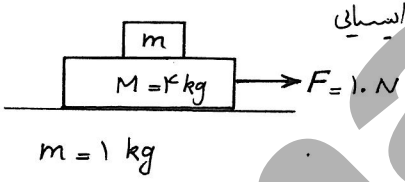
ب) اگر نیروی F را نصف کنیم، نیروی اصطکاک چند نیوتون می‌شود؟

مثال ۲۹ـ در شکل مقابل، حداکثر جرم m چقدر باشد تا جرم M حرکت نکند؟



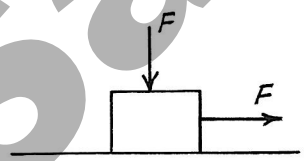
$F = 20\ N$ ؛ $M = 4\ kg$ ؛ $\mu_s = 0.3$

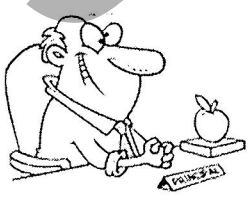
۳۰ـ در شکل مقابل، شتاب حرکت هر دو جسم با هم برابر است. حداقل ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم چقدر است؟ (سطح افقی اصطکاک ندارد.)



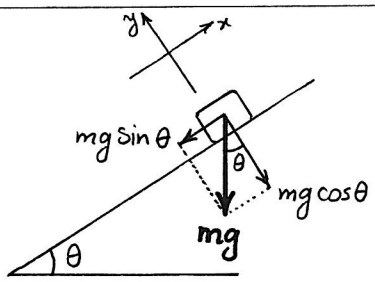
$m = 1\ kg$

مثال ۳۱ـ در شکل مقابل، وزن جسم ۲۰ نیوتون و هریک از نیروهای F، برابر ۵N است. اگر جسم در آستانه‌ی حرکت باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح را بیابید.





Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

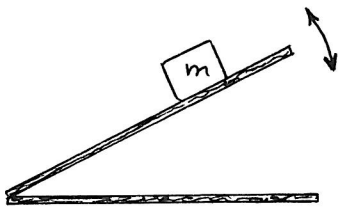


نکته: اگر یک جسم روی سطح شیبدار قرار داشته باشد و بخواهد روی این سطح حرکت کند، مناسب است دستگاه مختصات را به گونه‌ای در نظر بگیریم که یکی از محورهای آن، بر سطح شیبدار منطبق باشد. در این صورت نیروی وزن، روی هیچ یک از محورها قرار ندارد و باید آن را تجزیه کرد:

مولفه‌ی نیروی وزن در راستای سطح : $mg \sin\theta$

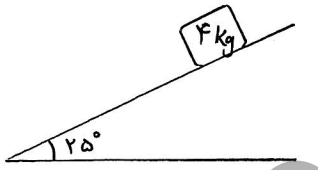
مولفه‌ی نیروی وزن در راستای عمود بر سطح : $mg \cos\theta$

مثال ۳۲ـ مطابق شکل جسمی به جرم m روی سطح شیبداری با زاویه‌ی شیب متغیر قرار دارد. هنگامی که زاویه‌ی سطح شیبدار به α می‌رسد، جسم شروع به لغزیدن می‌کند. نشان دهید ضریب اصطکاک ایستایی از رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود:



$$\mu_s = \tan\alpha$$

مثال ۳۳ـ در شکل مقابل، جسم روی سطح شیبدار ساکن است. نیروی اصطکاک در این حالت چند نیوتون است؟ $\mu_s = 0.6$



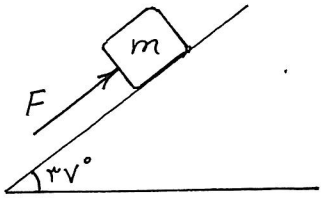
نکته: هنگامی که جسم روی سطح شیبدار قرار دارد و به آن نیرویی غیر از وزن، عمود سطح و اصطکاک وارد نمی‌شود، زمانی می‌تواند ساکن بماند که داشته باشیم:

$$\tan\alpha \leq \mu_s$$

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

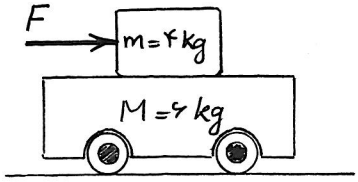
مثال ۳۴ - درشکل مقابل، $m=6kg$ و $\mu_s=0/4$ است. درهرکدام از حالت های زیر، نیروی F را تعیین کنید.



الف) جسم درآستانه‌ی حرکت روبه بالا قرار داشته باشد.

ب) جسم درآستانه‌ی حرکت روبه پایین قرار داشته باشد.

مثال ۳۵ - درشکل مقابل اصطکاکی بین سطح افقی وجسم وجود ندارد و ضریب اصطکاک ایستایی بین دوجسم، $\mu_s=0/5$ است.



الف) حداکثر نیروی F چقدر می‌تواند باشد تا جسم بالایی روی جسم پایینی بلغزد؟

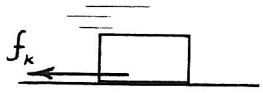
ب) اگر $F=20N$ باشد، شتاب حرکت هرکدام ازجسم ها را تعیین کنید.

پ) اگر $F=40N$ باشد، آیا شتاب جسم ها با هم برابراست؟ توضیح دهید.

Sanatisharif.ir

ب - اصطکاک جنبشی :

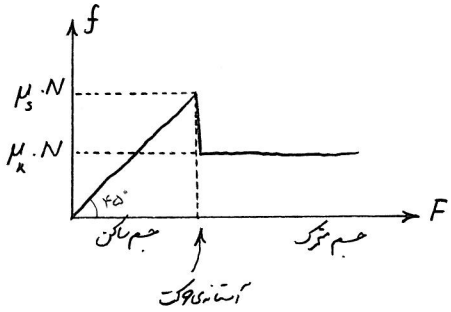
هرگاه جسم نسبت به سطح تماس و تکیه گاه خود حرکت داشته باشد، نیروی در خلاف جهت حرکت جسم، در امتداد سطح بر جسم وارد می شود که آن را نیروی اصطکاک جنبشی می نامند. مقدار این نیرو از رابطه ی زیر تعیین می گردد :



$$f_k = \mu_k . N$$

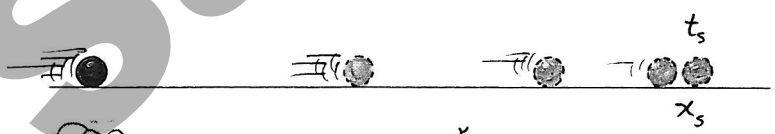
در اینجا نیز μ_k را ضریب اصطکاک جنبشی می نامند. آزمایش نشان می دهد که معمولاً $\mu_s > \mu_k$ است.

⚠ **نکته :** نمودار تغییرات نیروی اصطکاک برحسب نیروی افقی وارد بر جسمی که روی یک سطح افقی قرار دارد، مطابق شکل زیر است:

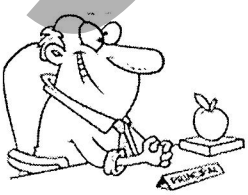


مثال ۳۶ - اتومبیلی در مسیر افقی با سرعت $72\ km/h$ در حرکت است. راننده ترمز می کند و اتومبیل پس از طی مسافت ۸۰ متر متوقف می شود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح چقدر است ؟ اتومبیل پس از طی چه مدتی متوقف می شود ؟

⚠ **نکته :** اگر جسمی را با سرعت اولیه ی V_0 بر روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاکی جنبشی μ_k پرتاب نماییم، این جسم پس از طی مسافت x_s و زمان t_s متوقف خواهد شد و در اینصورت می توان نوشت :

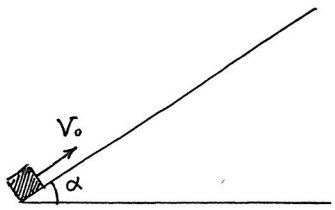


$$t_s = \frac{V_0}{\mu_k g} \qquad x_s = \frac{V_0^2}{2\mu_k g}$$



توجه شود که این دو مقدار، ارتباطی با جرم جسم ندارد!

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



مثال ۳۷ - در شکل مقابل، جسمی به جرم m از پایین سطح شیداری با زاویه‌ی شیب α، با سرعت اولیه‌ی V_0 بر روی سطح به طرف بالا پرتاب می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح μ_k است.

الف) شتاب حرکت جسم هنگام بالا رفتن چقدر است؟

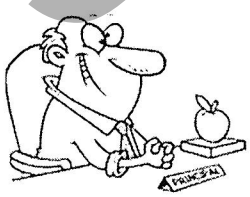
ب) جسم حداکثر چه مسافتی روی سطح می‌پیماید؟

پ) شتاب حرکت جسم هنگام پایین رفتن را بیابید.

ت) جسم با چه سرعتی به نقطه‌ی پرتاب باز می‌گردد؟

ث) زمان بالا رفتن و زمان پایین رفتن را تعیین کنید.

ت) زمان بالا رفتن چند برابر زمان پایین آمدن است؟



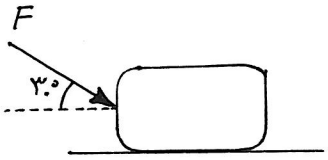
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

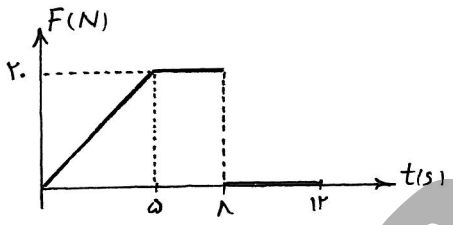
مثال ۳۸ - جسمی به جرم $m=2kg$ روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k=0.25$ و ضریب اصطکاک ایستایی $\mu_s=0.4$ قرار دارد و ساکن است. نیروی افقی و متغیر $F=t^2+\frac{7}{2}t-7$ (t برحسب ثانیه، F برحسب نیوتن) وارد می‌شود.

الف) در چه لحظه‌ای جسم شروع به حرکت می‌کند؟

ب) در چه لحظاتی برآیند نیروهای وارد بر جسم، صفر می‌شود؟

مثال ۳۹ - جسمی به جرم $2kg$ بر روی یک سطح افقی، تحت تأثیر نیروی F قرار دارد. اگر پس از گذشت ۵ ثانیه از اعمال نیرو، جسم شروع به حرکت کند و در بازه‌ی زمانی $(5s, 8s)$ مسافت $9\sqrt{3}\,m$ را بپیماید،

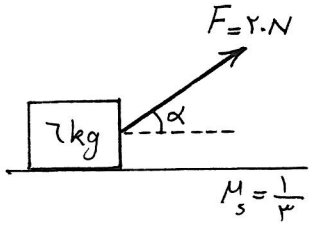




الف) μ_s و μ_k را بیابید.

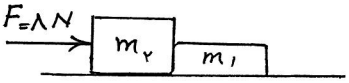
ب) شتاب حرکت در بازه‌ی زمانی $(8s, 12s)$ چقدر است؟

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



مثال ۴۰- درشکل مقابل، زاویه‌ی نیروی F با راستای افق متغیر است. به ازای چه زاویه‌ای، جسم شروع به حرکت می‌کند؟

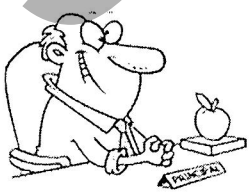
مثال ۴۱ - درشکل مقابل، $m_1 = 800\,g$ ، $m_2 = 1200\,g$ و $F = 8\,N$ است. نیروی که هرکدام از جسم‌ها به دیگری وارد می‌کند را در هرکدام از حالت های زیر تعیین کنید.



الف) تمامی سطوح بدون اصطکاک هستند.

ب) ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی با هردو جسم، $\mu_k = 0/2$ است.

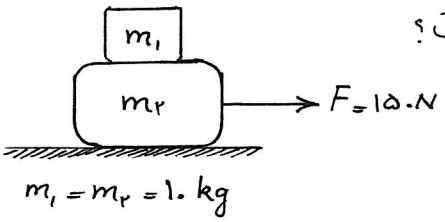
پ) ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی با جسم‌ها به ترتیب $\mu_{1k} = 0/2$ و $\mu_{2k} = 0/3$ است.



Sanatisharif.ir

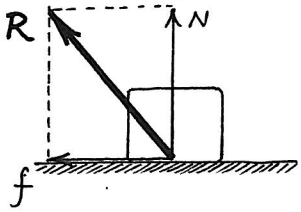
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۴۲ - در شکل مقابل، شتاب حرکت m_1 چند متر بر مجذور ثانیه است؟



(در کلیه‌ی سطوح $\mu_s = 0.4$ و $\mu_k = 0.3$ است.)

⚠ **نکته:** نیروهای عمودی سطح و اصطکاک، نیروهایی هستند که از طرف سطح به جسم وارد می‌شوند. برای این دو نیرو را نیروی عکس‌العمل سطح می‌نامیم و آن را معمولاً با R نمایش می‌دهیم. در این صورت:



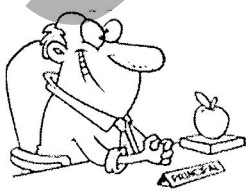
$$R = \sqrt{f^2 + N^2}$$

مثال ۴۳ - جسمی به جرم ۲kg با سرعت ثابت روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{\sqrt{3}}{3}$ حرکت می‌کند. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، با راستای قائم چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۵. نیروی کشش ریسمان

هنگامی که یک جسم به ریسمان یا طناب کشیده شده متصل باشد، از طرف طناب یک نیروی کشش بر جسم وارد می‌شود. این نیرو در راستای طناب قرار دارد.

در واقع می‌توان گفت: در هر نقطه از طناب کشیده شده، نیرویی از طرف یک بخش بر بخش دیگر وارد می‌شود.

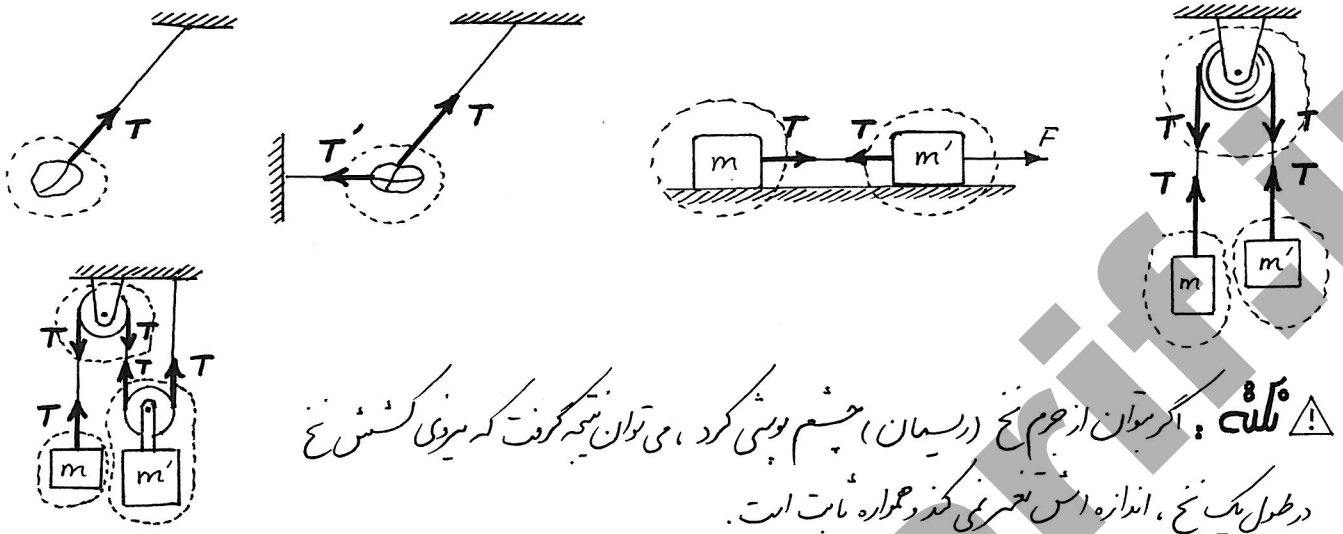


نیروی کشش طناب در هر نقطه، برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن طناب در آن نقطه، باید وارد کنیم تا وضعیت اولیه‌ی آن حفظ شود؛ یعنی اگر جسم ساکن بوده، با جایگزینی این نیرو در آن نقطه، همچنان ساکن

Sanatisharif.ir

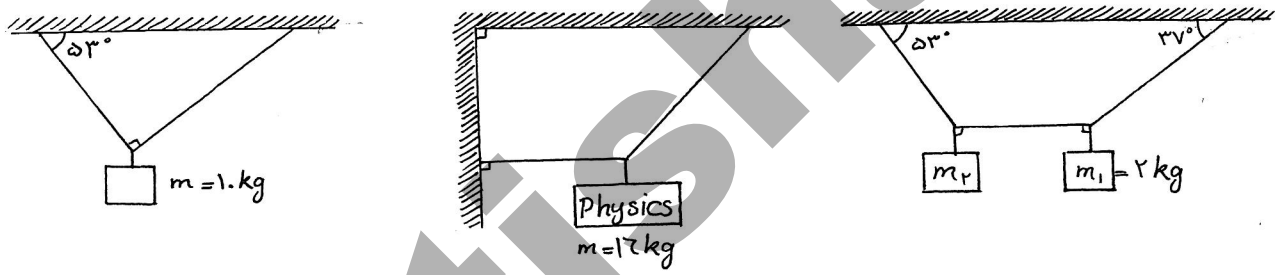
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

نماند و اگر در حرکت بوده باهمان حالت قبل از پاره شدن طناب، حرکت کند.

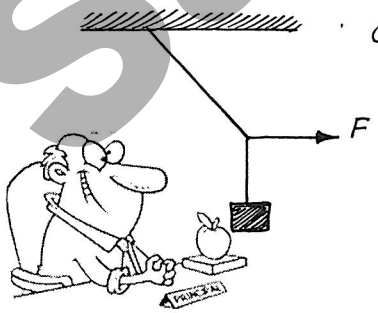


⚠ **نکته:** اگر بتوان از جرم نخ (ریسمان) چشم پوشی کرد، می توان نتیجه گرفت که نیروی کشش نخ در طول یک نخ، اندازه اش تغییر می کند و همواره ثابت است.

مثال ۴۴- در شکل های زیر، جسم ها ساکن هستند. نیروی کشش ریسمان ها را تعیین کنید.

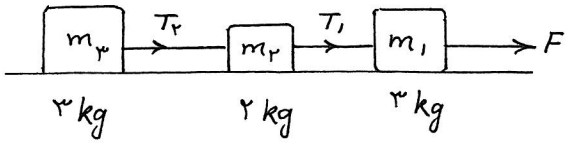


مثال ۴۵- دستگاه مقابل در تعادل است. اگر نیروی افقی F را افزایش دهیم، نیروی کشش هرکدام از ریسمان ها چگونه تغییر می کند؟

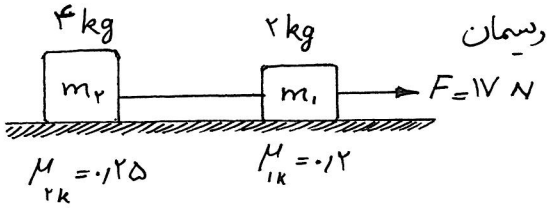


Sanatisharif.ir

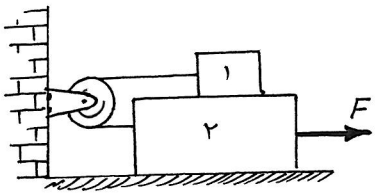
مثال ۴۶ - درشکل مقابل از اصطکاک وزنه ها با سطح افقی صرف نظر می‌شود. نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ را بیابید.



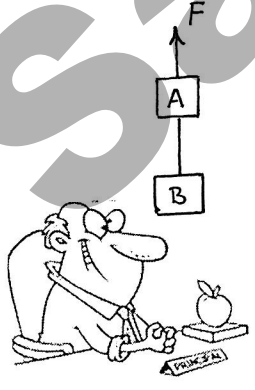
مثال ۴۷ - درشکل مقابل شتاب حرکت دستگاه و نیروی کشش ریسمان بین دوجسم را تعیین نمایید.



مثال ۴۸ - درشکل مقابل ضریب اصطکاک جنبشی تمام سطوح $\mu_k=0.2$ است. اگر وزنه‌ی شماره‌ی ۲ با شتاب $1\ m/s^2$ حرکت کند، نیروی کشش ریسمان را تعیین کنید (از جرم و اصطکاک قرقره صرف نظر کنید.) $m_1=1\ kg$, $m_2=4\ kg$



مثال ۴۹ - مطابق شکل دو جسم به جرم های $m_A=1.5\ kg$ و $m_B=2.5\ kg$ توسط نیروی $F=50\ N$ به سمت بالا کشیده می شوند. نیروی کشش طناب بین دو وزنه چند نیوتون است؟

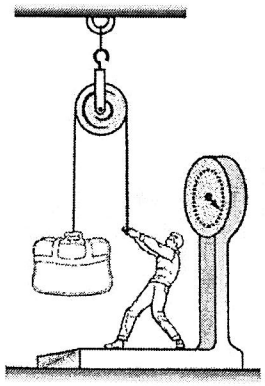


Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۵۰ - درشکل مقابل، جرم هرحلقه $m=100g$ است.

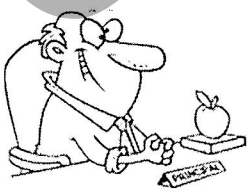
الف) اندازه‌ی نیرویی که هرحلقه به حلقه‌ی مجاور خود وارد می‌کند چند نیوتون است؟

ب) برایند نیروهای وارد برحلقه‌ی ۱ چند برابر برایند نیروهای وارد برحلقه‌ی ۴ است؟

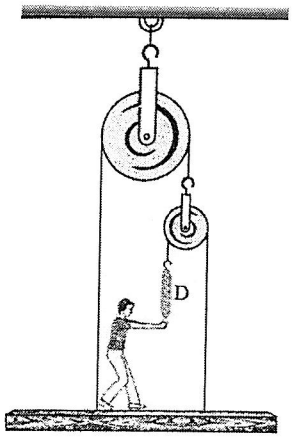


مثال ۵۱ - مطابق شکل، شخصی به جرم $60kg$ بر روی یک باسکول، ساکن است و چمدانی به جرم $20kg$ را توسط طنابی که از شیار قرقره عبور کرده است، با شتاب $1 m/s^2$ به سمت بالا می‌برد. عددی که باسکول نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ (از جرم نخ، قرقره و اصطکاک آنها با یکدیگر صرف نظر می‌شود.)

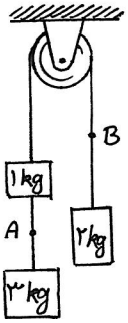
مثال ۵۲ - کارگری برای بالا رفتن از یک ساختمان از دستگاهی به شکل مقابل استفاده می‌کند. جرم کارگر و اتاقک به ترتیب $70kg$ و $10kg$ است و کارگر با شتاب ثابت $0/5 m/s^2$ بالا می‌رود. نیرویی که کارگر به طناب وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (از جرم طناب و اصطکاک آن با قرقره صرف نظر می‌شود.)



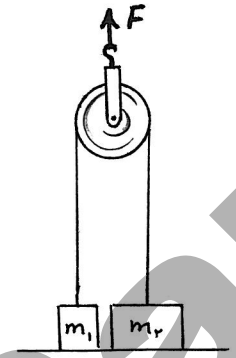
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



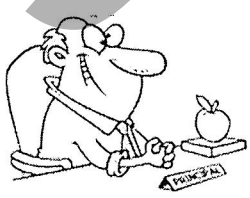
مثال ۵۳ - در شکل مقابل، وزن شخص ۷۰۰ N و وزن سکویی که در حالت تعادل بالاتر از سطح زمین قرار دارد، ۳۰۰ N است. نیرویی که شخص به طناب وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (وزن قرقره‌ی بزرگ و کوچک به ترتیب ۴۰ N و ۸ N است.)



مثال ۵۴ - در دستگاه شکل مقابل، اگر نخ از نقطه‌ی A پاره شود، نیروی کشش نخ در نقطه‌ی B چند نیوتون تغییر می‌کند؟ (اصطکاک، جرم نخ و جرم قرقره ناچیز است.)



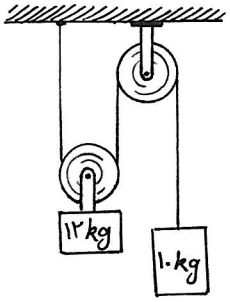
مثال ۵۵ - در شکل مقابل $m_1 = 1/5\ kg$ و $m_2 = 3\ kg$ است و قرقره با نیروی قائم $F = 45\ N$ به سمت بالا کشیده می‌شود. پس از گذشت $0/4\ s$ از لحظه‌ی نشان داده شده در شکل، هرکدام از وزنه‌ها چقدر جابه‌جا می‌شوند؟ (از جرم نخ، قرقره و اصطکاک صرف نظر می‌شود.)



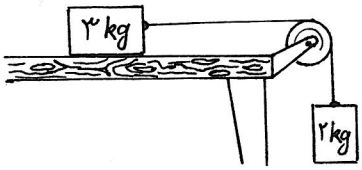
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۵۶ - در شکل مقابل شتاب حرکت هرکدام از وزنه ها و نیروی کشش ریسمان را تعیین کنید. (از جرم نخ ، قرقره و کلیه ی اصطکاک ها صرف نظر می شود.)



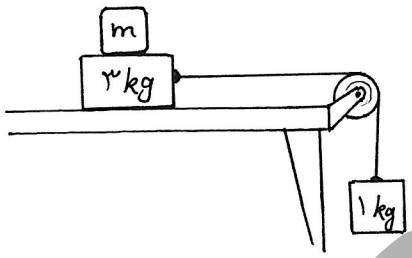
مثال ۵۷ - در شکل مقابل، نیروی کشش ریسمان را تعیین کنید. (جرم نخ و قرقره و کلیه ی اصطکاک ها قابل چشم پوشی است.)



مثال ۵۸ - در شکل مقابل دستگاه با سرعت ثابت حرکت می کند. اگر جرم m را برداریم ، شتاب حرکت دستگاه $1\ m/s^2$ می شود.

الف) m چند کیلوگرم است ؟

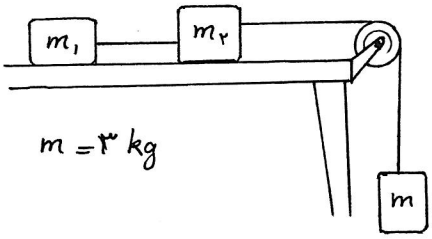
ب) نسبت کشش نخ در حالت دوم به کشش نخ در حالت اول را تعیین کنید.



Sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

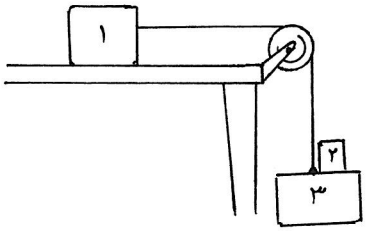
مثال ۵۹ - درشکل مقابل ضریب اصطکاک جرم $m_1 = 2kg$ وجرم $m_2 = 3kg$ باسطح افقی به ترتیب $\mu_{1k} = 0/25$ و $\mu_{2k} = 0/3$ است و ازجرم نخ و قرقره صرف نظر می‌شود.



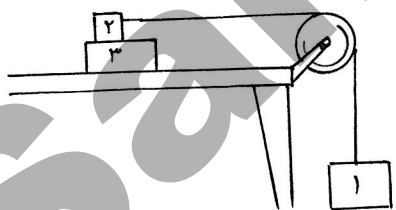
الف) شتاب حرکت دستگاه را بیابید.

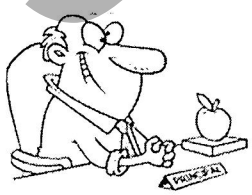
ب) نیروی کشش هرکدام از نخ‌ها را به دست آورید.

مثال ۶۰ - درشکل مقابل $m_1 = 500g$ ، $m_2 = 300g$ و $m_3 = 200g$ وضریب اصطکاک بین وزنه‌ی ۱ وسطح افقی ۰/۸ است. نیرویی که ازطرف وزنه‌ی ۲ به وزنه‌ی ۳ واردمی شود، چند نیوتون است؟

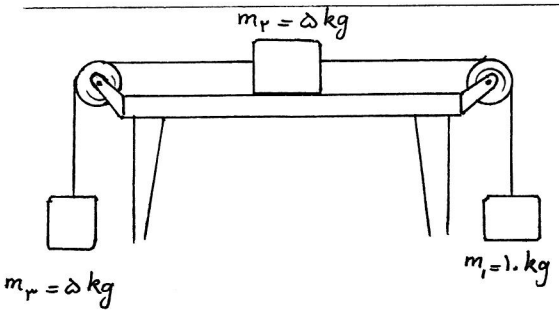


مثال ۶۱ - دردستگاه مقابل $m_3 = 2m_2 = 4m_1$ ووزنه‌ی ۱ باشتاب $2m/s^2$ به سمت پایین حرکت می‌کند. شتاب حرکت وزنه‌ی ۳ را تعیین کنید. (اصطکاک بین سطح افقی و وزنه‌ی ۳ ناچیزاست وازجرم نخ و قرقره صرف نظرمی کنیم.)



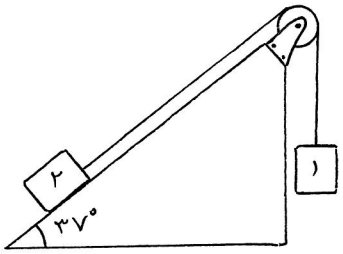


Sanatisharif.ir



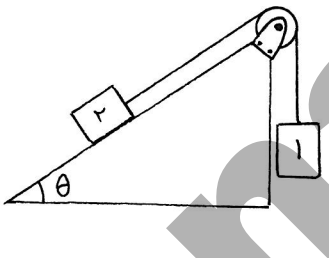
مثال ۶۲ـ در شکل مقابل، ضریب اصطکاک بین وزنه‌ی m_2 و سطح افقی ۰٫۲ است. شتاب حرکت وزنه‌ها و نیروی کشش نخ‌ها را تعیین کنید.

(جرم نخ و قرقره‌ها ناچیز است.)



مثال ۶۳ـ در شکل مقابل شتاب حرکت دستگاه و نیروی کشش نخ را تعیین کنید.

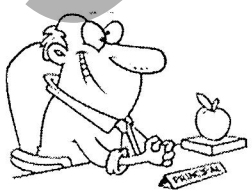
$m_1 = 4\,kg$ ؛ $m_2 = 2\,kg$ ؛ $\mu_k = 0.25$



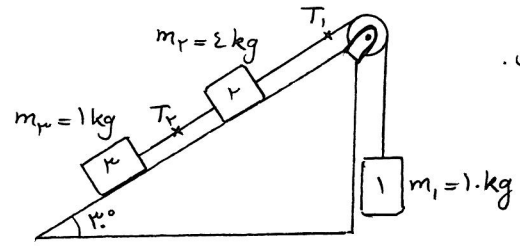
مثال ۶۴ـ در شکل مقابل، اگر نسبت $\frac{m_2}{m_1}$ را η بنامیم، مقدار η را در هر کدام از حالت‌های زیر تعیین کنید (ضریب اصطکاک ایستایی سطح، μ_s است.)

الف) جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار داشته باشد.

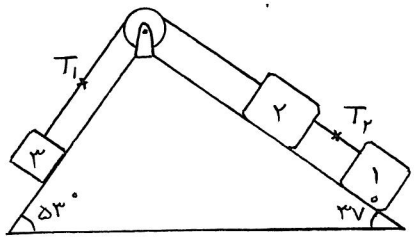
ب) جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت رو به پایین قرار داشته باشد.



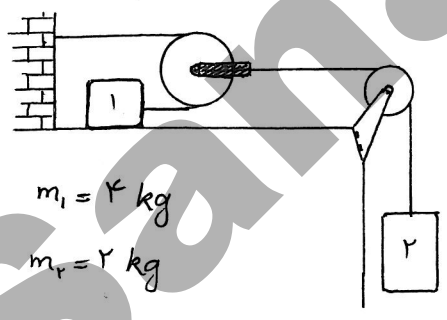
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



مثال ۶۵ـ درشکل مقابل، ضریب اصطکاک تمامی سطوح $\frac{\sqrt{3}}{5}$ است. نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ را بیابید.

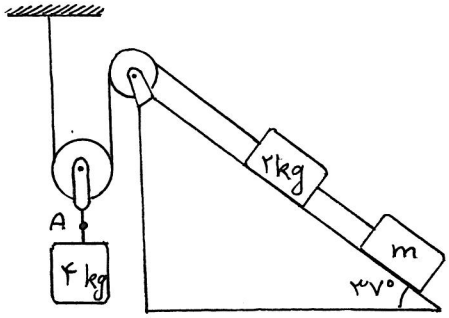


مثال ۶۶ـ درشکل مقابل جرم تمامی وزنه ها برابر و ضریب اصطکاک جسم‌های ۱و۲ باسطح شیبدار $\frac{1}{8}$ و اصطکاک بین جسم ۳ و سطح ناچیزاست. نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ را تعیین کنید.



مثال ۶۷ـ درشکل مقابل ضریب اصطکاک جنبشی سطح ۰٫۲ است. شتاب حرکت هرکدام از وزنه‌ها و کشش نخ‌ها را تعیین کنید.

Sanatisharif.ir

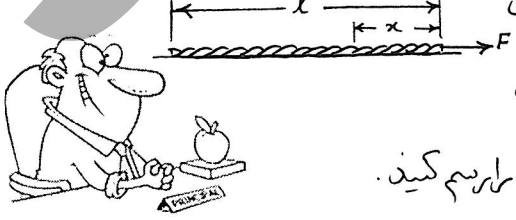


مثال ۶۸ـ درشکل مقابل، اصطکاک‌ها، جرم نخ و قرقره‌ها ناچیزاست. اگر نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A، برابر ۴۸ N باشد، تعیین کنید m چند کیلوگرم است؟

⚠ نکته: اگر توان از جرم طناب یا نخ چشم پوشی کرد، نیروی کشش نخ در تمام نقاط نخ، یکسان نیست. در این صورت با توجه به مطلبی که در ابتدای معرفی نیروی کشش نخ (صفحه‌ی ۱۹) گفته شد، می‌توان نیروی کشش نخ را در هر نقطه، به دست آورد.

مثال ۶۹ـ با طنابی به جرم ۱ kg، جسمی به جرم ۴ kg را با نیروی افقی ۲۰ N می‌کشیم. نیروی اصطکاک بین جسم و سطح ناچیزاست و فرض می‌کنیم بر اثر حرکت، در طناب تغییر شکل ایجاد نشود. نیروی کشش طناب در وسط طناب چند برابر نیروی کشش طناب در محل اتصال با جسم است؟

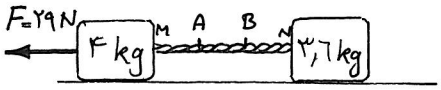
مثال ۷۰ـ درشکل مقابل، طنابی به طول l بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد و با نیروی افقی F از یک سر طناب کشیده می‌شود. نمودار بزرگی نیروی کشش طناب در هر نقطه برحسب فاصله‌ی آن از سر طناب (x) را رسم کنید.



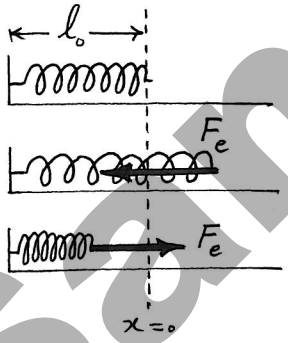
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۷۱- در شکل مقابل، طول نخ ۹۰ cm و جرم آن ۲٫۴ kg است. نیروی کشش نخ را در نقاط A و B تعیین کنید (ضریب اصطکاک جنبشی سطح ۰٫۲۵ است، $MA = AB = BN$)



۶. نیروی کشسانی فنر:



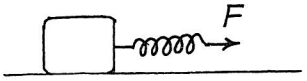
هر فنر در حالت عادی، دارای یک طول اولیه است که معمولاً آن را با l_0 نمایش می‌دهیم. اگر طول فنر نسبت به این طول اولیه تغییر کند، یعنی افزایش یا کاهش یابد، فنر با نیروی که آن را با F_e نمایش می‌دهیم، تمایل دارد به طول عادی خود باز گردد. این نیرو همواره یک نیروی بازگردانده است و بر طبق رابطه‌ی "هوک" می‌توان نوشت:

$$F_e = k(l - l_0) \quad \text{یا} \quad F = kx$$

در این رابطه، k، ثابت فنر یا ضریب سختی فنر نامیده می‌شود و معیاری از سفتی فنر است. هرچه k بزرگتر باشد، فنر سفت‌تر است. یعنی برای ایجاد یک جابه‌جایی خاص در آن، به کشش یا فشار بیشتری نیاز است. یکای k در SI، نیوتون بر متر (N/m) است.

Sanatisharif.ir

مثال ۷۲- به وسیله‌ی فنری به ضریب سختی $8\ N/cm$ ، وزنه‌ی ۴ کیلوگرمی را مطابق شکل روی یک سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0.25$ ، می‌کشیم. در هر کدام از حالت‌های زیر، افزایش طول فنر چند سانتی‌متر است ؟



الف) جسم با سرعت ثابت $1\ m/s$ حرکت کند.

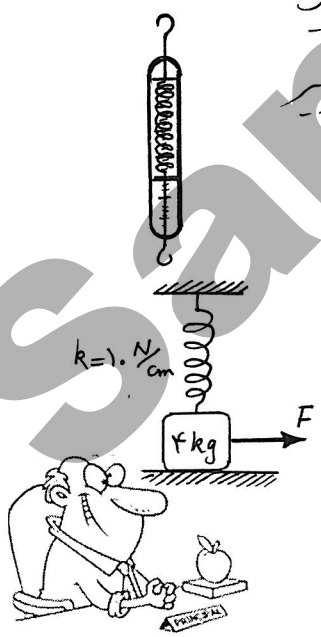
ب) جسم با شتاب ثابت $1\ m/s^2$ حرکت کند.

مثال ۷۳- هر یک از دو انتهای فنری را با نیروی $20\ N$ و در خلاف جهت هم می‌کشیم. اگر ثابت فنر $500\ N/m$ باشد ، افزایش طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟

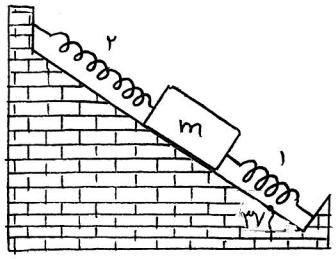
⚠ نکته : در مسائلی که ما بررسی می‌کنیم ، از جرم فنر صرف نظر می‌شود. در این صورت برای به دست آوردن نیروی کشش فنر، می‌توان فنر را با یک نخ بدون جرم جایگزین کرد. نیروی کشش نخ هر چقدر به دست آید ، نیروی کشسانی فنر مورد نظر نیز همان مقدار است.

⚠ نکته : نیرو سنج ابزاری است که برای اندازه‌گیری نیرو استفاده می‌شود. این وسیله معمولاً از یک فنر با ضریب سختی مشخص ساخته شده است. هنگامی که یک نیرو به این وسیله وارد می‌شود، فنر آن تغییر طول می‌دهد و با توجه به مدرج بودن این وسیله می‌توان نیرو را اندازه‌گیری کرد.

مثال ۷۴- در شکل مقابل ، طول فنر نسبت به حالت تعادل ، $2\ cm$ افزایش یافته است و جسم تحت تأثیر نیروی افقی $F = 10\ N$ در آستانه‌ی حرکت قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی سطح را بیابید.

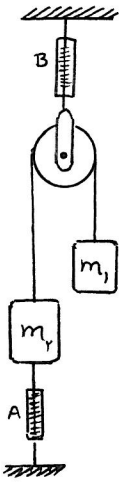


Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



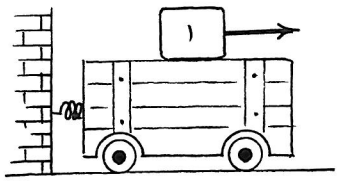
مثال ۷۵- در شکل مقابل اصطکاک جسم و سطح شیبدار ناچیز است. فنر ۲ نسبت به حالت عادی خود چند سانتی‌متر تغییر طول داده است؟ (دستگاه در حال تعادل است)

$k_1 = 400\ N/m$; $k_2 = 100\ N/m$; $m = 10\ kg$



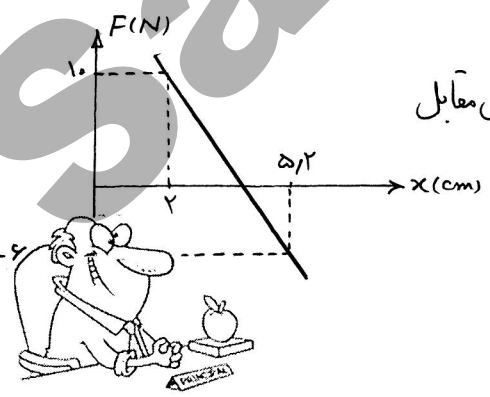
مثال ۷۶- در شکل مقابل، هر کدام از نیروسنج‌ها چه عددی را نشان می‌دهند؟

$m_1 = 8\ kg$; $m_2 = 5\ kg$



مثال ۷۷- در شکل مقابل، وزنه‌ی ۱ را با نیروی افقی ۲۰ N می‌کشیم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه و رابه $\mu_s = 0.5$ باشد و رابه با سطح زمین اصطکاک نداشته باشد، طول فنر حداکثر چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ ضریب سختی فنر 5 N/cm است.

$m_1 = 2\ kg$; $M_{رابه} = 4\ kg$



مثال ۷۸- نمودار تغییرات نیروی کشسانی یک فنر برحسب طول آن، مطابق شکل مقابل است. طول عادی فنر (l_0) و ضریب سختی آن را تعیین کنید.

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۷۹ـ فنری را از یک نقطه آویزان کرده و به انتهای آن وزنه‌ی ۵۰۰ گرمی می‌آویزیم. طول فنر در این حالت ۲۰cm می‌شود. اگر ۱۰۰ گرم دیگر به وزنه‌ی آویخته شده به فنر اضافه کنیم، طول فنر ۲۲cm می‌شود. طول اولیه‌ی فنر و ضریب سختی آن را تعیین کنید.

مثال ۸۰ـ وزنه‌ای به جرم 2kg را به انتهای فنری به طول 12cm که ثابت آن 2.0 N/cm است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید:

الف) آسانسور با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ از حال سکون، به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

ب) آسانسور با سرعت $1\ m/s$ در حال حرکت به سمت بالا است و با شتاب $2\ m/s^2$ توقف می‌کند.

مثال ۸۱ـ گلوله‌ای به جرم 400g توسط فنری به ضریب سختی $10\ N/cm$، به سقف کامیونی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، متصل شده است. ناگهان کامیون با شتاب ثابت $3/2\ m/s^2$ متوقف می‌شود. در این مدت،

الف) فنر نسبت به راستای قائم، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟

ب) فنر نسبت به حالت عادی خود چند سانتی‌متر افزایش طول دارد؟

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

تکته: حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم را «تکانه» یا «اندازه حرکت» جسم می‌نامیم و آن را با $\vec{P}$ نمایش می‌دهیم.

با براین می‌توان نوشت:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نتیجه گرفت:

۱) آهنگ متوسط تغییر تکانه‌ی جسم، برابر نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی مورد نظر است.

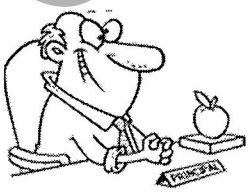
$$(\Sigma \vec{F})_{avg} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow (\Sigma \vec{F})_{avg} . \Delta t = m . \Delta \vec{V}$$

۲) آهنگ تغییر تکانه‌ی جسم، برابر برایند نیروهای وارد بر جسم است.

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

مثال ۸۲ - سنگی به جرم ۲۰۰g در شرایط خلاء از ارتفاع ۴۵ متری سطح باتلاق رها می‌شود. این سنگ پس از رسیدن به سطح باتلاق، در گل فرو می‌رود و متوقف می‌شود. اگر مدت زمان توقف سنگ ۰٫۵s باشد، اندازه‌ی نیروی متوسطی که در مدت توقف، از طرف گل به سنگ وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

مثال ۸۳ - تکانه‌ی جسمی در SI به صورت $P = t^2 - 7t + 10$ است. در چه بازه‌ی زمانی حرکت جسم تندشونده است؟



Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

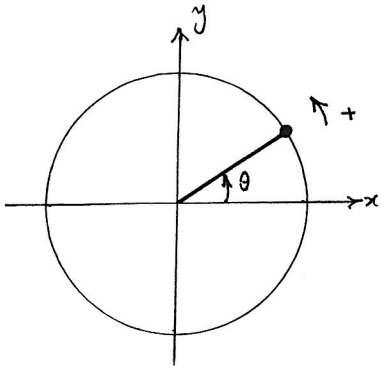
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

حرکت دایره‌ای

Circular Motion

نوعی از حرکت در صفحه که در قسمت‌های مختلف فیزیک کاربرد دارد، حرکت روی مسیر دایره‌ای است. برای توصیف این حرکت ابتدا دستگاه مختصات جدیدی غیر از دستگاه مختصات دکارتی (xoy) را معرفی می‌کنیم و پس از بررسی سینماتیکی حرکت، به سراغ قوانین نیوتن و تحلیل دینامیکی حرکت می‌رویم.

سینماتیک حرکت دایره‌ای:



ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که روی دایره‌ای به شعاع r و در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در حرکت است. با توجه به آنکه مسیر حرکت ذره یک دایره است، می‌توان مکان ذره در هر لحظه را با زاویه‌ای که بردار مکان، با راستای مثبت محور xها می‌سازد تعیین کرد. این زاویه را با θ نمایش می‌دهیم و مکان زاویه‌ای ذره می‌نامیم.

در حالت کلی θ تابعی دلخواه از زمان است که برحسب یکای «رادیان» (rad) اندازه‌گیری می‌شود و موقعیت ذره در هر لحظه را نشان می‌دهد.

الف) سرعت زاویه‌ای: برای آنکه معلوم شود متحرک به طور متوسط در مدت زمان Δt چه زاویه‌ای را پیموده است، کمیتی به نام سرعت زاویه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

یکای این کمیت، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.

مثال ۱ - مکان زاویه‌ای متحرکی که روی دایره‌ای به شعاع ۱m حرکت می‌کند، در SI به صورت $\theta = t^2 + 2t - 3$ است.

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط آن در بازه‌ی زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ را تعیین کنید.

Sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

ب) سرعت متوسط حرکت ذره در بازه‌ی زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ را بیابید.

⚠ **نکته:** متحرک در حرکت دایره‌ای، هنگامی که یک دور کامل می‌زند، 2π رادیان مسافت طی می‌کند و جابه‌جایی آن در این مدت، صفر است.

مثال ۲ - حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. سرعت زاویه‌ای متوسط گردش زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

مثال ۳ - معادله‌ی مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای به شعاع $20\ m$ حرکت می‌کند، در SI به صورت $\theta=\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{6}$ است.

الف) در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت، جابه‌جایی زاویه‌ای متحرک چند رادیان است؟

ب) در هر دقیقه این ذره چند دور می‌چرخد؟

پ) در هر ثانیه این ذره چه مسافتی می‌پیماید و چند متر جابه‌جا می‌شود؟

Sanatisharif.ir

ت) سرعت زاویه ای لحظه ای : سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را همانند آنچه در مورد حرکت روی خط راست در مورد سرعت لحظه‌ای تعریف کردیم به صورت زیر تعریف می شود ،

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\omega} = \lim \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

مثال ۴ - مکان زاویه ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، در SI به صورت $\theta = 2t^3 - 3t^2 - 36t + 47$ تغییر می کند.

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط آن در دو ثانیه‌ی اول را بیابید.

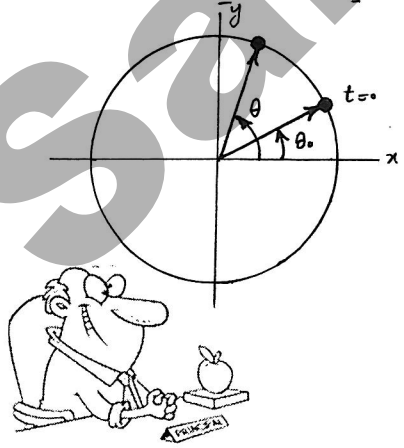
ب) سرعت زاویه‌ای متحرک در $t = 3s$ چقدر است ؟

پ) در چه لحظه‌ای ذره ساکن می شود ؟

ت) تا قبل از توقف ، ذره چند دور چرخیده است ؟

حرکت دایره ای یکنواخت :

هرگاه اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می کند، ثابت بماند یا سرعت زاویه‌ای متوسط ذره در تمامی بازه های زمانی دلخواه با هم برابر باشد ، می توان نتیجه گرفت زاویه‌ی جاروب شده توسط بردار مکان متحرک ، در بازه های زمانی یکسان ، ثابت است . این حرکت را ، حرکت دایره‌ای یکنواخت می نامیم . در این صورت داریم ،



$$\omega = \bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0} \Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت ، کمیت های زیر را تعریف می کنیم :

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

الف) دوره : مدت زمانی که طول می کشد تا ذره ، روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل را طی کند ، دوره نامیده می‌شود. دوره را معمولاً با T نمایش می‌دهیم و یکای آن در SI ، ثانیه (s) است .

ب) بسامد : تعداد دورهایی که ذره در مدت 1s می‌پیماید را بسامد (فرکانس) می نامیم و آن را با f نمایش می‌دهیم.

یکای بسامد در SI ، $\frac{1}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

⚠ **نکته :** با توجه به تعریفی که از دوره (T) و بسامد (f) انجام دادیم می‌توان نتیجه گرفت :

$$f = \frac{1}{T}$$

⚠ **نکته :** ذره‌ی مورد نظر در مدت یک دوره ، یک دور کامل می‌زند و مکان زاویه‌ای آن به اندازه‌ی $\Delta\theta = 2\pi$ تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

⚠ **نکته :** اگر ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت یکنواخت انجام می‌دهد، در مدت t ثانیه ، n دور کامل بزند، می‌توان نوشت :

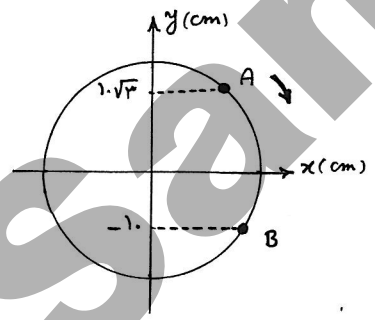
$$T = \frac{t}{n}$$

مثال ۵ - محور موتوری در هر دقیقه ۱۸۰۰ دور می‌چرخد (1800 rpm).

الف) دوره و بسامد این موتور را بیابید.

ب) سرعت زاویه‌ای گردش این موتور چقدر است ؟

مثال ۶ - در شکل مقابل ذره‌ای به طور یکنواخت روی مسیر دایره‌ای به شعاع 20cm حرکت می‌کند و در لحظات $t_1 = 1s$ از نقطه‌ی A و در لحظه‌ی $t_2 = 3s$ برای اولین بار از نقطه‌ی B می‌گذرد.



الف) معادله‌ی مکان زاویه‌ای ذره برحسب زمان را بنویسید.

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

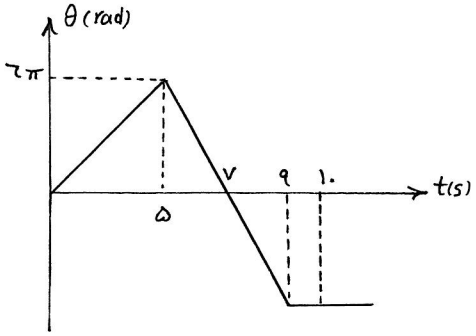
ب) سرعت متوسط این ذره در این مدت را به چند روش‌های یکه بنویسید و اندازه‌ی آن را تعیین کنید.

⚠ **نکته:** با توجه به رابطه‌ی $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ می‌توان نتیجه گرفت.

۱. شیب خط مماس بر نمودار $\theta - t$ در هر لحظه بیان‌گر سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای در همان لحظه است.

۲. مساحت زیر نمودار $\omega - t$ در هر بازه‌ی زمانی، برابر تغییرات مکان زاویه‌ای ($\Delta\theta$) در همان بازه‌ی زمانی است.

مثال ۷- ذره‌ای در جهت پاد ساعتگرد شروع به حرکت روی دایره‌ای به شعاع ۴۰ cm می‌کند و نمودار $\theta - t$ برای آن مطابق شکل است.

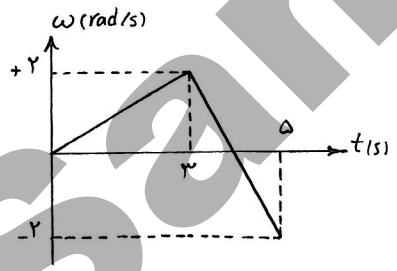


الف) ذره چه مدت در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کرده است؟

ب) سرعت زاویه‌ای متوسط آن در بازه‌ی زمانی $t=0$ تا $t=10s$ چقدر است؟

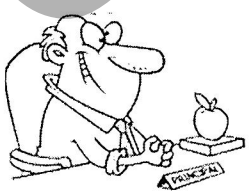
پ) ذره در مدت ۱۰ ثانیه‌ی اول چند دور چرخیده است و جابه‌جایی آن در این مدت چند سانتی‌متر است؟

مثال ۸- نمودار سرعت زاویه‌ای - زمان ذره‌ای که روی دایره‌ای به شعاع ۲۰ cm حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است.



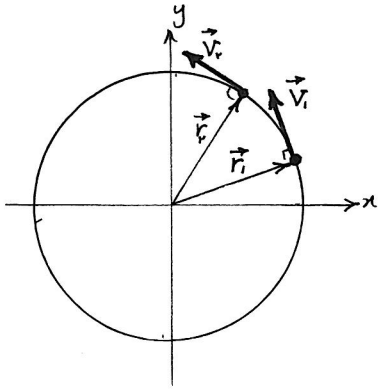
الف) سرعت زاویه‌ای متوسط متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت چقدر است؟

ب) اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک در این مدت چقدر است؟



Sanatisharif.ir

ب) سرعت خطی در حرکت دایره ای یکنواخت :



از فصل سینماتیک می دانیم بردار سرعت متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکت آن مماس است . در حرکت دایره ای یکنواخت نیز بردار سرعت متحرک بر مسیر دایره ای آن عمود است و می توان نتیجه گرفت در این نوع حرکت ، بردار سرعت بر بردار مکان ذره عمود است.

اکنون می خواهیم رابطه ای بین سرعت خطی (V) و سرعت زاویه ای (ω) در حرکت دایره ای به دست آوریم .

اگر ذره در لحظات t_1 و t_2 به ترتیب در مکان های $\vec{r_1}$ و $\vec{r_2}$ قرار داشته باشد ، می توان نتیجه گرفت در مدت $\Delta t = t_2 - t_1$ جابه جایی $\Delta \vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ داشته است و در این مدت کمان Δs روی دایره پیموده است . اگر بازه ی زمانی Δt بسیار کوچک باشد می توان نتیجه گرفت طول کمان Δs با اندازه ی جابه جایی ذره در این مدت ($|\Delta \vec{r}|$) برابر است.

از سوی دیگر با توجه به تعریف سرعت لحظه ای داریم :

$$|\vec{V}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

علاوه بر آن طبق تعریف زاویه (برحسب رادیان) می توان نوشت :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \Rightarrow \Delta s = r.\Delta\theta \Rightarrow ds = r.d\theta$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$V = \frac{r\,d\theta}{dt} \Rightarrow V = r\omega$$

⚠ **نکته :** هنگامی که یک جسم صلب (جسمی که اجزای آن نسبت به هم حرکت نمی کنند) حول یک محور حرکت دایره ای یکنواخت انجام می دهد ، تمام ذرات آن دارای سرعت زاویه ای یکسان دارند اما سرعت خطی آنها با هم یکسان نیست.

مثال ۹- گلوله ی کوچکی به انتهای ریسمانی به طول $50\,cm$ بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی به طور یکنواخت می چرخد به گونه ای که در هر دقیقه ۳۰ دور می زند . اگر ناگهان ریسمان پاره شود، گلوله در چه مسیری و با چه سرعتی حرکت خواهد کرد ؟

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۱۰- طول عقربه‌ی دقیقه شمار یک ساعت دیواری، ۱٫۵ برابر طول عقربه‌ی ساعت شمار آن است. اندازه‌ی سرعت خطی نوک عقربه‌ی دقیقه شمار چند برابر سرعت خطی نوک عقربه‌ی ساعت شمار است؟ (حرکت عقربه‌ها را یکنواخت فرض کنید.)

مثال ۱۱- الف) سرعت زاویه‌ای گردش زمین به دور خودش را به دست آورید.

ب) سرعت خطی شخصی که در استوا قرار دارد، چند متر بر ثانیه است؟ (شعاع زمین تقریباً ۶۴۰۰km است)

پ) سرعت خطی شخصی که در مدار ۵۳° شمالی قرار دارد چقدر است؟

مثال ۱۲- مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی دایره‌ای به شعاع ۲m حرکت می‌کند، در SI به صورت $\theta = \pi t + \frac{\pi}{2}$ تغییر می‌کند. شتاب متوسط ذره در بازه‌های زمانی زیر چقدر است؟

الف) از $t=0$ تا $t=\frac{1}{3}s$.

ب) از $t=0$ تا $t=1s$.

⚠ **نکته:** حرکت دایره‌ای یکنواخت، حرکتی شتابدار است. زیرا هرچند اندازه‌ی سرعت متحرک در تمامی لحظات ثابت است، اما جهت بردار سرعت تغییر می‌کند، $\Delta\vec{V} \neq 0$ است.

می‌توان نشان داد در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار شتاب همواره در راستای شعاع دایره و به طرف مرکز آن است، به این دلیل شتاب را در این حالت مرکزگرا می‌نامند و مقدار آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

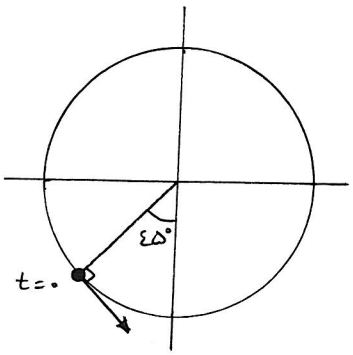
$$a_r = \frac{V^2}{r} = r\omega^2$$

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۱۳ـ فاصله‌ی لبه‌ی پره‌های یک بالگرد تا محور آن $8\,m$ است و پره‌ها با آهنگ ۶۰۰ دور در دقیقه می‌چرخند. سرعت و شتاب لبه‌ی پره‌ها را بیابید.

مثال ۱۴ـ در شکل روبه‌رو، جسمی روی دایره‌ای به شعاع $2\,m$ حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد و در لحظه‌ی $t=0$ در محل نشان داده شده است. اگر دوره‌ی چرخش آن $12,56\,s$ باشد، مطلوبست:



الف) بردار سرعت ذره در $t=3,14\,s$.

ب) بردار شتاب ذره در $t=3,14\,s$.

دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت:

جسمی در حرکت دایره‌ای، به دلیل تغییر جهت بردار سرعت، یک شتاب مرکزگرا خواهد داشت. این شتاب مرکزگرا باید از طرف نیرویی که در راستای مرکز دوران است، تأمین شود. این نیرو را نیروی مرکزگرا می‌نامیم و با F_r نمایش می‌دهیم.

با توجه به آنچه گفته شد، می‌توان نتیجه گرفت اگر ذره‌ای بخواهد روی یک مسیر دایره‌ای حرکت، با سرعت ثابت داشته باشد و حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام دهد، باید ...

۱. برآیند نیروهای وارد بر جسم، در راستای عمود شعاع گردش، صفر باشد:

$$(\Sigma F)_{\perp r} = 0$$

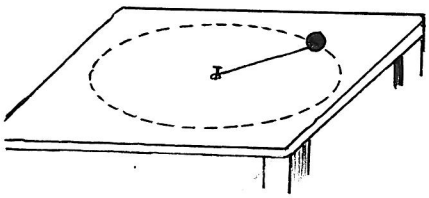
۲. برآیند نیروهای وارد بر جسم، در راستای شعاع گردش، نیروی مرکزگرا را تأمین کند:

$$(\Sigma F)_r = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

Sanatisharif.ir

مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

مثال ۱۵- مطابق شکل گلوله ای به جرم ۵۰۰g به ریسمانی به طول ۲۰cm متصل است و درحالتی که ریسمان کاملاً صاف است، ضربه ای در راستای عمود بر نخ به گلوله می زنیم و گلوله با دوره ی ۰٫۵s می چرخد. اگر اصطکاک وجود نداشته باشد، کشش ریسمان را بیابید.

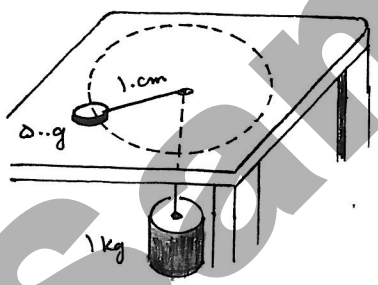


مثال ۱۶- قرصی در یک صفحه ی افقی با بسامد ۱۰Hz می چرخد و مکعب کوچکی به جرم ۵۰g در فاصله ی ۲۰cm از مرکز دستگاه بر روی آن قرار دارد و بدون لغزش با آن می چرخد.

الف) نیروی اصطکاک وارد بر مکعب را بیابید.

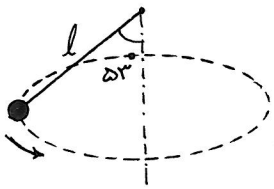
ب) اگر هنگامی که قرص با بسامد ۱۵Hz می چرخد، مکعب در آستانه ی لغزش قرار گیرد، ضریب اصطکاک ایستایی سطح را بیابید.

مثال ۱۷- در شکل مقابل وزنه ی ۵۰۰ گرمی با چه سرعت زاویه ای بچرخد تا وزنه ی ۱ کیلوگرمی که توسط ریسمان متصل به وزنه ی بالایی آویزان است، در تعادل بماند؟ (سطح میز افقی، بدون اصطکاک است)

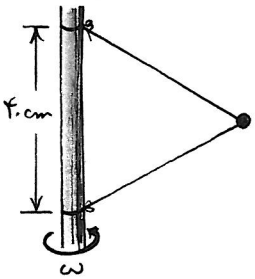


Sanatisharif.ir

مثال ۱۸- مطابق شکل گلوله‌ای به جرم $400\,g$ به انتهای ریسمانی به طول $100\,cm$ بسته شده و روی دایره‌ی افقی با سرعت ثابت دوران می‌کند و ریسمان با راستای قائم زاویه‌ی 53° می‌سازد. نیروی کشش نخ را تعیین کنید.



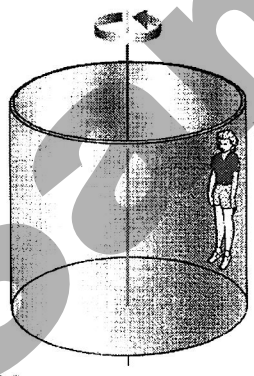
مثال ۱۹- گلوله‌ی کوچکی به جرم $800\,g$ به کمک دو ریسمان بسیار سبک که طول هرکدام $25\,cm$ است، به میله‌ی قائمی وصل است. وقتی دستگاه با سرعت زاویه‌ای $10\,rad/s$ حول محور میله بچرخد، دو نخ مطابق شکل کاملاً کشیده می‌شوند.



الف) سرعت گلوله در این حالت چقدر است؟

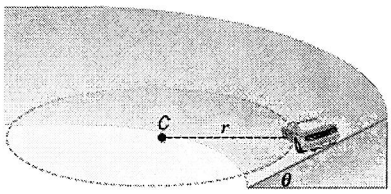
ب) نیروی کشش هرکدام از ریسمان‌های بالایی و پایینی را بیابید.

مثال ۲۰- در شکل مقابل شعاع قاعده‌ی استوانه، R و ضریب اصطکاک بین بدنه‌ی استوانه و لباس شخص μ_s است. حداقل سرعت زاویه‌ای دوران استوانه حول محورش چقدر باشد تا شخص سقوط نکند؟

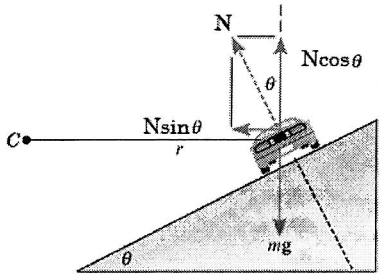


Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

نکته: براساس اصول مهندسی، در پیچ های جاده ها، شیب عرضی ایجاد می کنند تا خودروها بدون خطر انحراف و خارج شدن از مسیر، جاده را طی کنند.



برای خودرویی که جاده را دور می زند، سرعت بیشینه ی مجازی وجود دارد که می توان آن را به کمک آنچه گفته ایم تعیین کرد:



$$(\Sigma F)_y = 0 \Rightarrow N\cos\theta = mg$$

$$(\Sigma F)_x = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow N\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

از ترکیب این دو رابطه می توان نوشت:

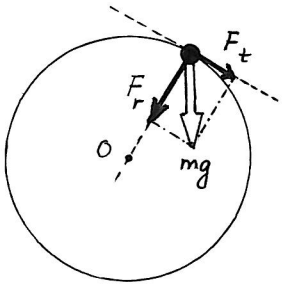
$$\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta} = \frac{m\frac{v^2}{r}}{mg} \Rightarrow \tan\theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{rg.\tan\theta}$$

مثال ۲۱ ـ حداکثر سرعت مجاز برای خودرویی که می خواهد در یک روز بارانی، پیچی با شعاع ۳۰ m را که شیب عرضی آن ۳۷° است دور بزند، چقدر است؟

مثال ۲۲ ـ در یک پیچ با شیب عرضی ۲۷°، شتاب مرکز گرای اتومبیل چند برابر شتاب جاذبه است؟ ($\tan 27° = 0.25$)

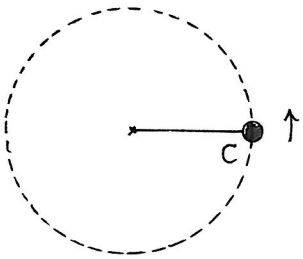
مثال ۲۳ ـ موتورسواری در یک روز بارانی با سرعت ثابت v در جاده ای افقی دور می زند. اگر شعاع دوران r باشد، زاویه ی موتورسوار با راستای قائم را به گونه ای بیابید که بدون سُر خوردن، بتواند مسیر را بپیماید.

Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



نکته : حرکت دایره ای در صفحه ی قائم ، حرکت دایره ای یکنواخت نیست. زیرا اندازه ی سرعت متحرک در نقاط مختلف نیز علاوه بر جهت آن، تغییر می کند. به عبارت دیگر، علاوه بر شتاب مرکزگرای $a_r = \frac{v^2}{r}$ ، یک شتاب مماسی a_t نیز وجود دارد که در نقاط مختلف مسیر، تغییر می کند. همچنین باید دقت داشت که شتاب مرکزگرا نیز متغیر است و برای تعیین سرعت متحرک در هر لحظه، می توان از روابط مربوط به مبحث کار و انرژی، به ویژه قانون پایستگی انرژی استفاده کرد.

مثال ۲۴- گلوله ی کوچکی به جرم m به انتهای ریسمان سبکی بسته شده و در صفحه ی قائم دوران می کند. اگر طول ریسمان R باشد،

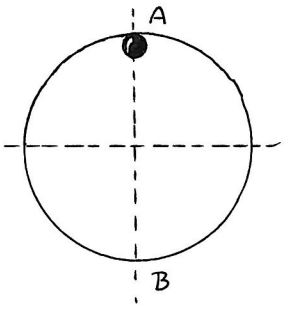


الف) اختلاف نیروی کشش ریسمان در بالا و پایین مسیر را بیابید.

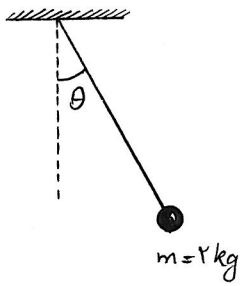
ب) اگر در لحظه ای که ریسمان کاملاً افقی است (نقطه ی C) ریسمان پاره شود، حبه محدا کی تا چه ارتفاعی بالا می رود؟

مثال ۲۵- کودکی به جرم ۳۰ kg روی تاب نشسته و در حال تاب خوردن است. اگر بیشترین زاویه ی انحراف امتداد زنجیر تاب از راستای قائم ۳۷° و طول زنجیر تاب ۲٫۵ m باشد، بیشترین مقدار نیروی کشش زنجیر چند نیوتون است؟ (از جرم زنجیر صرف نظر کنید!)

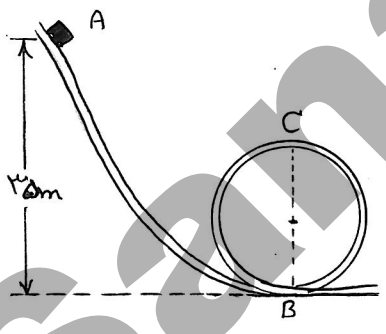
Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir



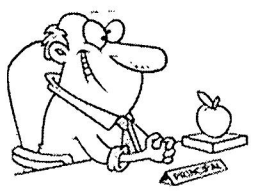
مثال ۲۶ـ گلوله‌ای به جرم m در صفحه‌ی قائم در یک مسیر دایره‌ای بدون اصطکاک به شعاع R می‌گردد. اگر نیروی وارد بر گلوله از طرف سطح در نقطه‌ی A، برابر $2mg$ باشد، اندازه نیروی وارد بر گلوله از طرف سطح در نقطه‌ی B چند برابر وزن گلوله است؟



مثال ۲۷ـ در شکل مقابل بیشترین نیروی کشش که نخ می‌تواند تحمل کند ۳۶ N است. جرم وزنه‌ی متصل به نخ ۲kg است. نخ و وزنه‌ی متصل به آن را حداکثر تا چه زاویه‌ای (θ) از حالت تعادل منحرف کنیم تا در صورت رها شدن از آن نقطه، در ضمن حرکت پاره نشود؟ (از مقاومت هوا و جرم نخ چشم پوشی شود.)



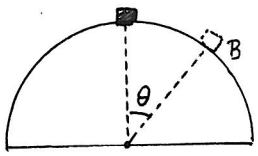
مثال ۲۸ـ ارابه‌ی کوچکی به جرم ۲۰ kg روی سطح بدون اصطکاکی از نقطه‌ی A حرکت کرده و در ادامه‌ی مسیر وارد قسمت دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰ m می‌شود. اندازه‌ی نیروی عمودی وارد بر ارابه در نقاط B و C را تعیین کنید.



Sanatisharif.ir

نکته: هنگامی که جسمی روی سطح برآمده‌ای مطابق شکل مقابل در حرکت است، تا زمانی روی سطح باقی می‌ماند که نیروی عمودی سطح وجود داشته باشد! به بیان دیگر برای جدا شدن جسم از روی سطح، باید شرط $N=0$ را اعمال کنیم.

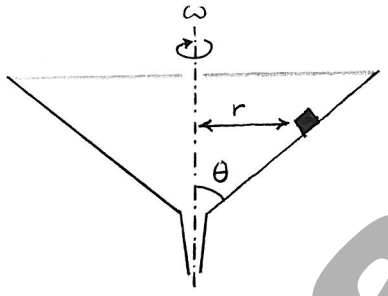
مثال ۲۹- از بالای نیمکره‌ای به شعاع R، جسمی بدون سرعت اولیه شروع به لغزیدن می‌کند. اگر از اصطکاک چشم‌پوشی کنیم،

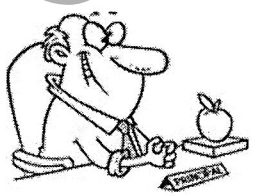


الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین (برحسب R) جسم از سطح جدا می‌شود؟

ب) اگر جسم در نقطه‌ی B از سطح جدا شود، θ را بیابید.

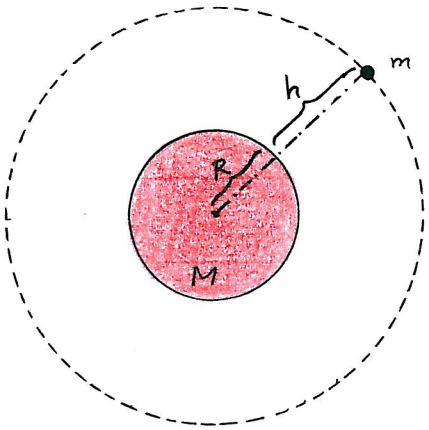
مثال ۳۰- مطابق شکل جسم کوچکی به جرم m درون قیفی به ضریب اصطکاک ایستایی μ_s قرار دارد و قیف با سرعت ثابتی حول محورش در حال گردش است. محور قیف قائم است و نیم‌زاویه‌ی راس مخروط θ است. حداقل و حداکثر سرعت گردش چقدر باشد تا جسم روی قیف نلغزد؟





Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir

بررسی حرکت ماهواره :



جسمی به جرم m را در نظر می‌گیریم که در اطراف سیاره‌ای به جرم M در حرکت روی مسیر دایره‌ای باشد. در اینصورت برای آنکه این حرکت دایره‌ای یکنواخت بتواند ادامه داشته باشد، نیاز به یک نیروی مرکز گرا است. این نیرو، همان نیروی گرانش نیوتن است.

بنابراین اگر سرعت ذره‌ی m را با V و فاصله‌ی آن تا مرکز سیاره را با r نمایش دهیم می‌توان نوشت،

$$(\Sigma F)_r = m\frac{V^2}{r} \Rightarrow G\frac{M\cdot m}{r^2} = m\frac{V^2}{r} \Rightarrow G\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

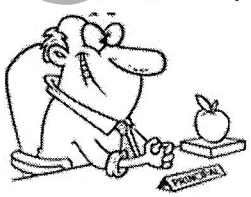
⚠ **نکته :** سرعت حرکت ماهواره‌ای که دور سیاره‌ای در حرکت است، با جذر فاصله‌ی آن تا مرکز سیاره رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین برای دو ماهواره‌ی مختلف که دو فاصله‌های r_A و r_B از مرکز سیاره قرار دارند می‌توان نوشت :

$$\frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} = \sqrt{\frac{R+h_A}{R+h_B}}$$

مثال ۳۱- ماهواره‌ای در فاصله‌ی R_e از سطح زمین قرار دارد (R_e شعاع زمین است). اگر بخواهد فاصله‌ی این ماهواره تا سطح زمین سه برابر شود، انرژی جنبشی آن را باید چند برابر کنیم ؟

⚠ **نکته :** قبلاً دیده‌ایم که شتاب جاذبه‌ی هر سیاره (مثلاً زمین) در سطح سیاره بیشترین مقدار را دارد و با افزایش فاصله از سطح آن به تدریج کاهش می‌یابد. بنابراین داریم :

$$\left.\begin{array}{l} \text{شتاب جاذبه در سطح سیاره} : g_0 = G\frac{M}{R^2} \\ \text{شتاب جاذبه در فاصله‌ی } r \text{ از مرکز دایره} : g_h = G\frac{M}{r^2} = \frac{G\cdot M}{(R+h)^2} \end{array}\right\} \Rightarrow GM = g_0R^2 = g_h\cdot r^2$$



اکنون می‌توان نتیجه گرفت :

$$V = \sqrt{\frac{g_0R^2}{r}} = \sqrt{g_h\cdot r}$$

Sanatisharif.ir

مثال ۳۲ ـ فاصله‌ی ماهواره‌ای از سطح زمین، دو برابر شعاع کره‌ی زمین است. نیروی مرکز گرای وارد بر ماهواره، چه کسری از وزن آن در سطح زمین است؟

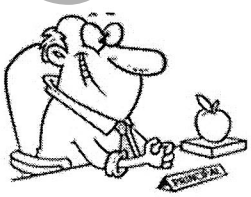
نکته: اگر سرعت زاویه‌ای گردش ماهواره دور سیاره‌ی مورد نظر را ω در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$(\Sigma F)_r = mr\omega^2 \Rightarrow G\frac{Mm}{r^2} = mr\omega^2 \Rightarrow GM = r^3\omega^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow GM = r^3 \times \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{مقدار ثابت}$$



Sanatisharif.ir
مجری طرح توسعه عدالت آموزشی
www.sanatisharif.ir