

۱) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵)

الف) تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه‌ی تعریفش صعودی است.

ب) دامنه‌ی تابع $y = \tan x$ برابر $\left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$ است.

ج) اگر صفحه p در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است.

۲) در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. (۰/۵)

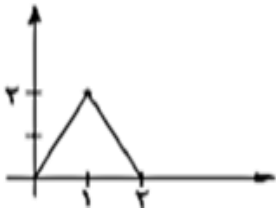
الف) حد تابع $f(x) = \frac{-3x^y + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند برابر می‌باشد.

ب) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن است.

۳) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ g(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (۱/۲۵)

۴) اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید. (۱)

۵) نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید. (۰/۵)



(۶)

الف) مقدار $\sin 22/5^\circ$ را به دست آورید. (۰/۷۵)

ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos 2\pi x + 1$ را به دست آورید. (۱)

ج) معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید. (۱)

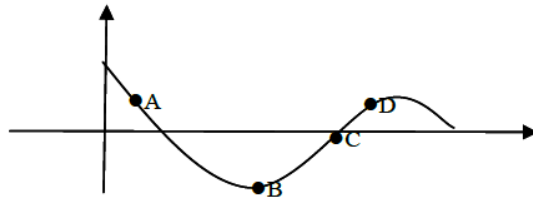
۷) حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. (۱/۷۵)

الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$

۸) نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (۱)

شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲
نقطه				



۹) مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq 1 \\ 3x - 1, & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x=1$ بررسی کنید. (۱/۵)

۱۰) مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^f$ را به دست آورید. (ساده‌ترین مشتق الزامی نیست). (۱/۵)

۱۱) آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ و $x_2 = 7$ تغییر می‌کند به دست آورید. (۱)

(۱۲)

الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (۱)

ب) اکسترمم‌های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه‌ی $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید. (۱)

۱۳) دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a+b=60$ و حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن گردد. (۱)



۱۴) وضعیت خط $x+y=3$ را نسبت به دایره $x^2+y^2-2x-3=0$ مشخص کنید. (۱/۲۵)

۱۵) اگر در یک بیضی داشته باشیم $a=5$ و $b=3$ در این صورت اندازه‌ی فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید. (۰/۷۵)

۱۶) دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است. (۱/۵)

موفق و سربلند باشید.