

# فهرست جزوه ریاضی تجربی

## همایش ۱+۵ آلاء

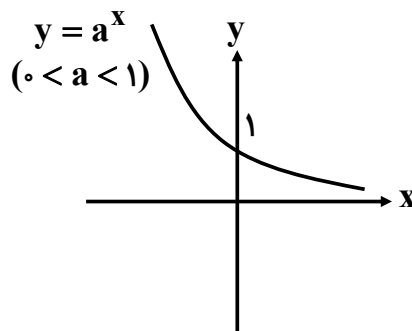
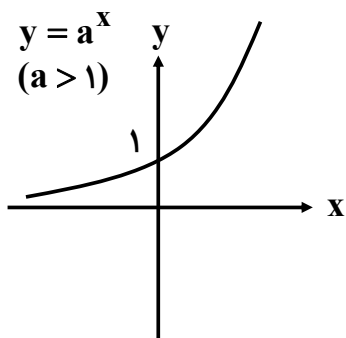
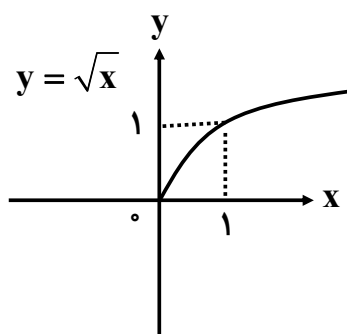
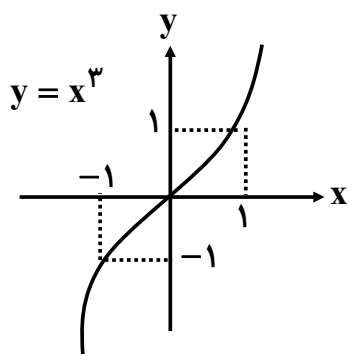
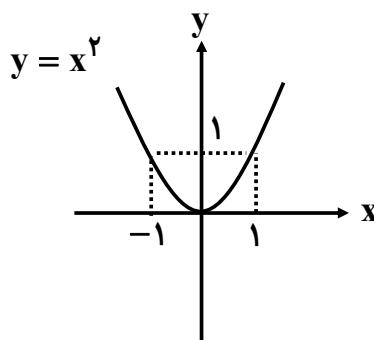
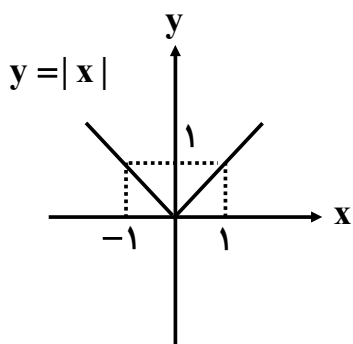
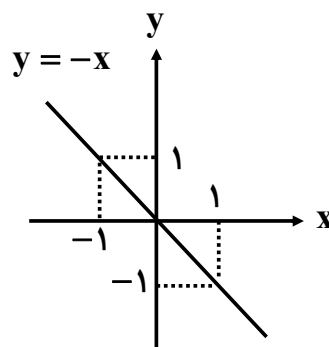
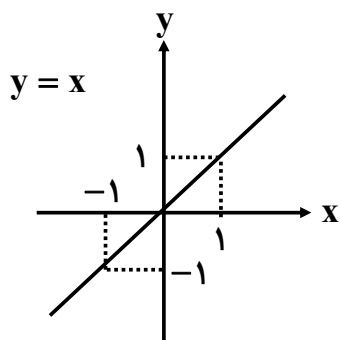
شماره

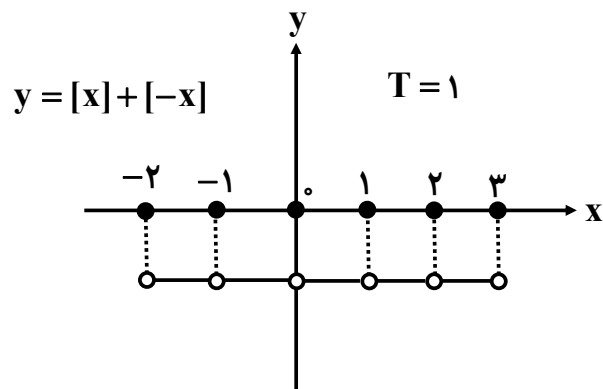
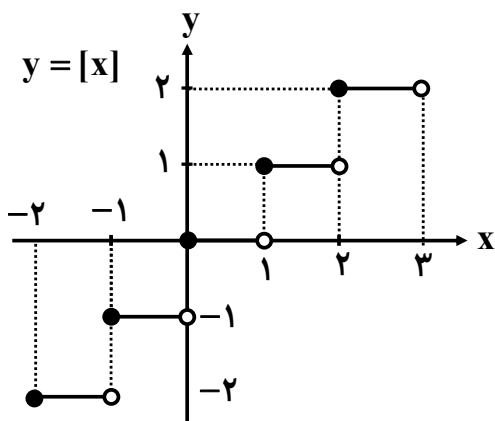
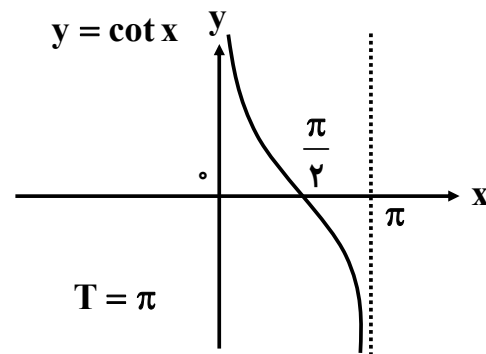
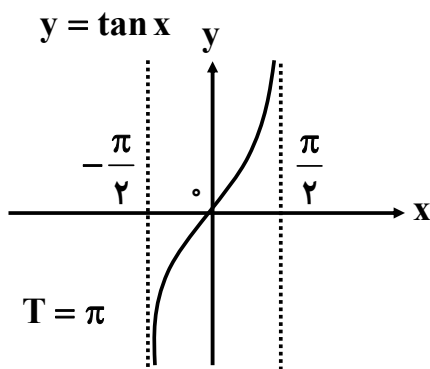
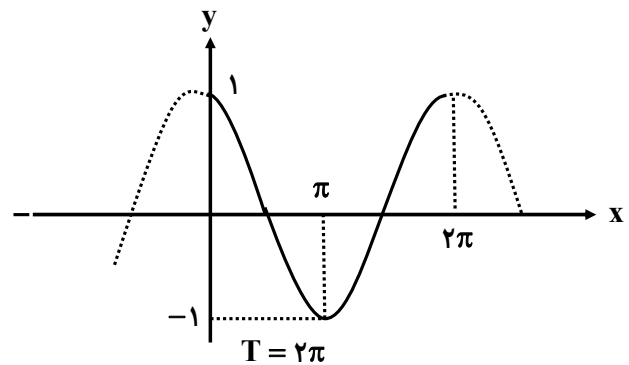
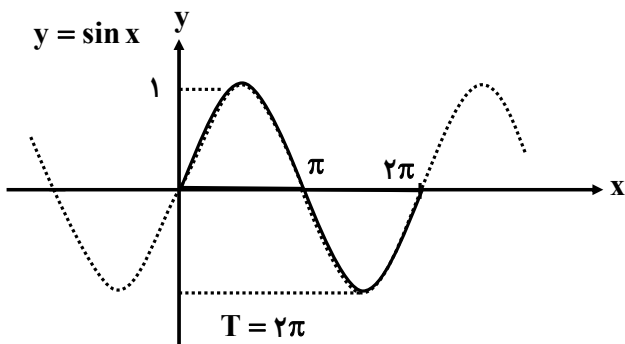
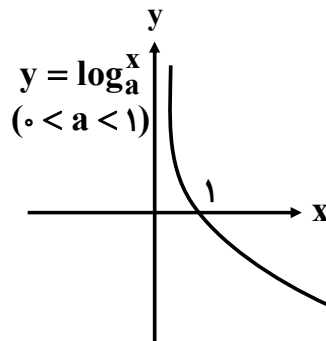
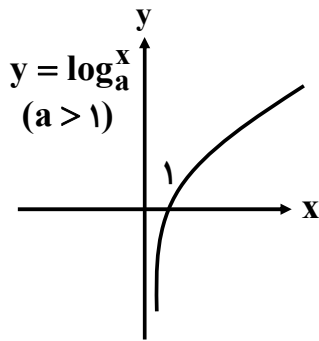
صفحه

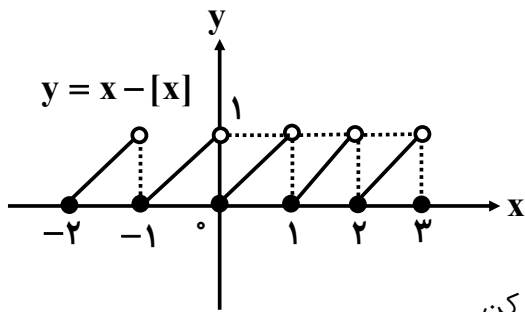
مبحث

۱	.....	درسنامهٔ تابع	۱
۷	.....	تست‌های تابع	۲
۳۸	.....	درسنامهٔ مثلثات	۳
۴۲	.....	تست‌های مثلثات	۴
۷۰	.....	درسنامهٔ حد	۵
۷۳	.....	تست‌های حد	۶

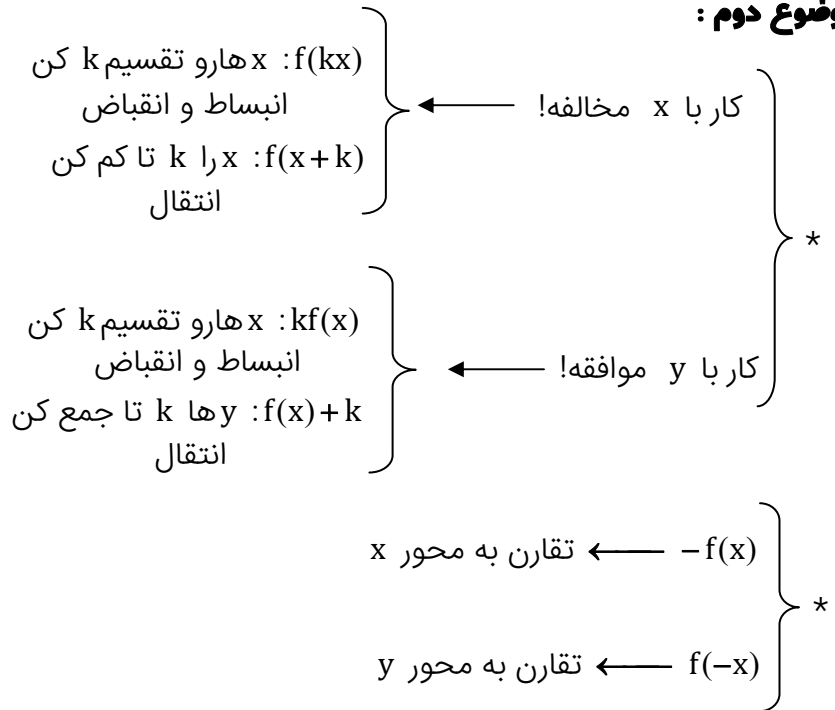
**موضوع اول:** توابع مهم که نمودار آن‌ها را بلدیم.







### موضوع دوم :



### \* دامنه در چهار عمل اصلی : اشتراک!

فقط حواسمان به کسری‌ها باشد تا مخرج صفر نشود.

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{g(x) = 0\}$$

### \* دامنه در ترکیب توابع :

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

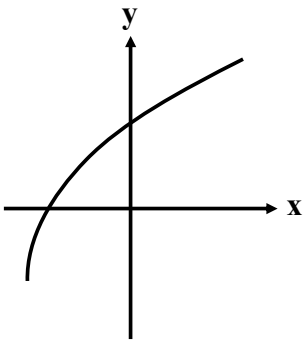
\* بررسی توابع از دید صعودی و نزولی:

\* تعاریف:

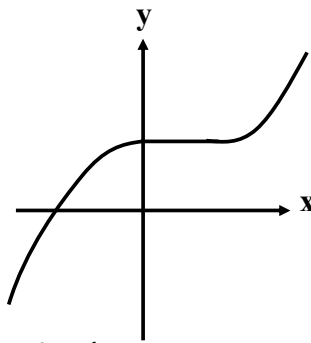
$$\begin{cases} x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2) & \text{صعودی} \\ x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) & \text{اکیداً صعودی} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2) & \text{نزولی} \\ x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) & \text{اکیداً نزولی} \end{cases}$$

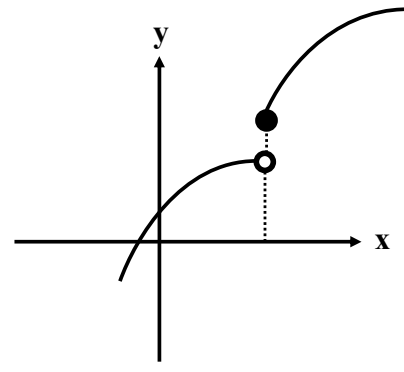
\* مبحث نموداری:



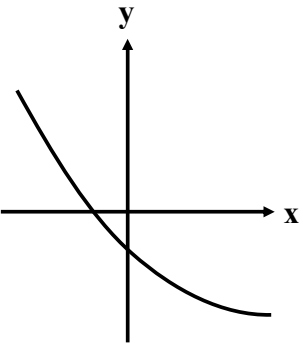
اکیداً صعودی - اکیداً یکنوا



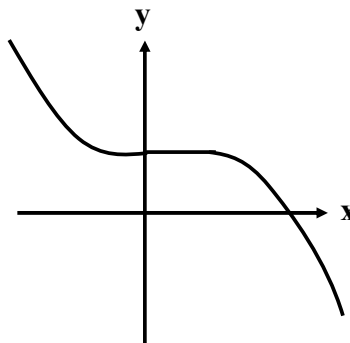
صعودی - یکنوا



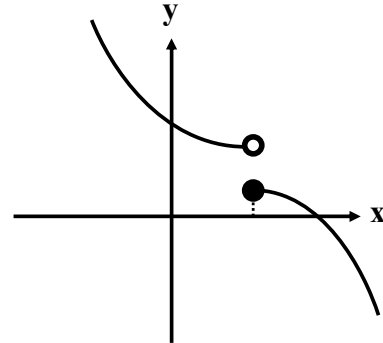
اکیداً صعودی - اکیداً یکنوا



اکیداً نزولی - اکیداً یکنوا



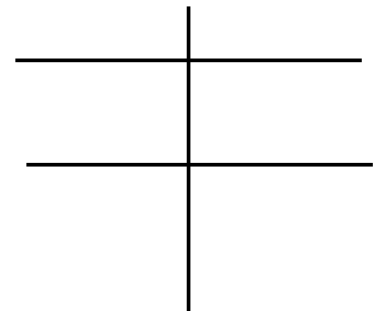
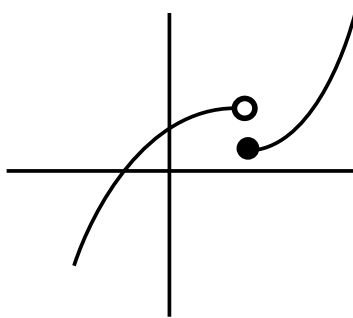
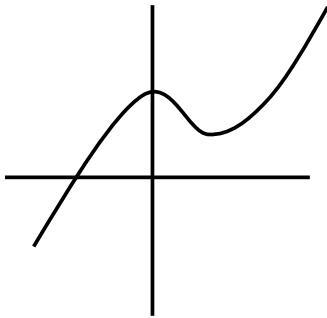
نزولی - یکنوا



اکیداً نزولی - اکیداً یکنوا

\* تابعی که صعود کامل یا نزول کامل باشد ← یکنوا است.

\* تابع ثابت هم صعودی است و هم نزولی



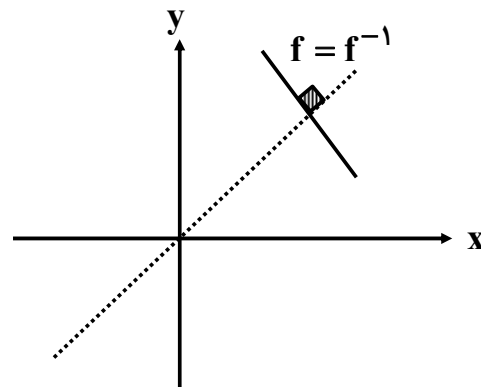
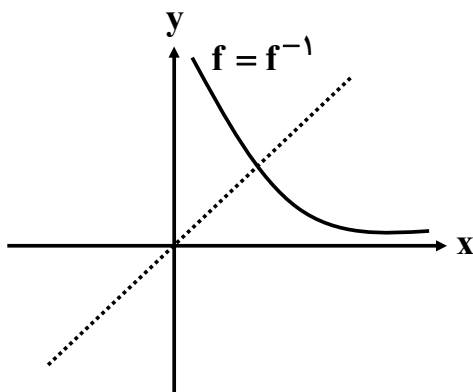
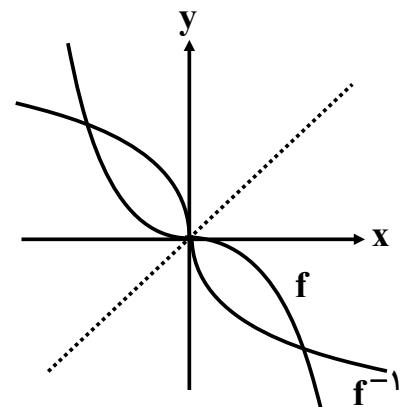
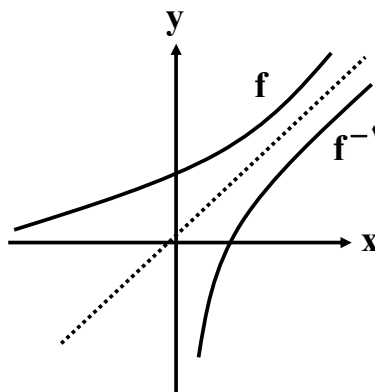
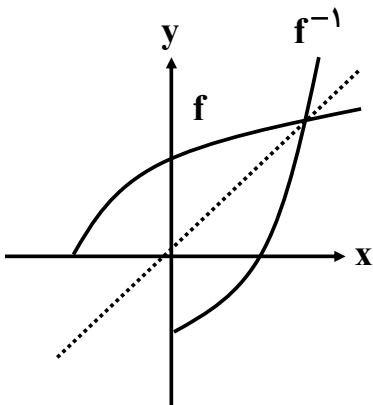
هم صعودی - هم نزولی - یکنوا نه صعودی - نه نزولی - غیر یکنوا نه صعودی - نه نزولی - غیر یکنوا

**\* تابع وارون پذیر :**

\* تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد.

$$A \mid_b^a \in f \Leftrightarrow A' \mid_a^b \in f^{-1}(x) *$$

\* نمودار تابع وارون، قرینه‌ی نمودار تابع  $f$  نسبت به خط  $y = x$  است.



\* رایج‌ترین حالت نقطه برخورد  $f$  و  $f^{-1}$  روی خط  $y = x$  است.

\* در برخی حالات تابع و تابع وارون بر هم منطبق هستند!

$$\left. \begin{array}{l} \text{از جمله } y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ با شرط } a+d=0 \\ \text{و } y = -lx+h \\ \text{و حتی خود خط } y = x \end{array} \right\}$$

۱

نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را مشخص نمایید.

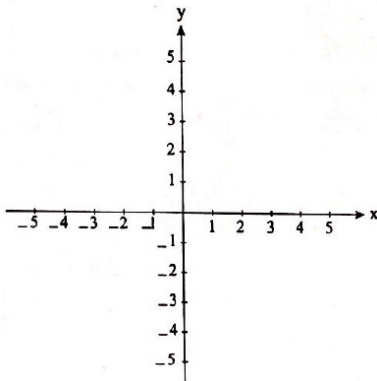
الف)  $y = (x - 1)^3 - 1$

ب)  $y = (x + 2)^3 - 2$

۲

نمودار تابع  $f(x) = |x - 2|$  را در بازه  $[-2, 3]$  رسم کنید و به کمک آن نمودار توابع  $g(x) = -|x - 2|$  و

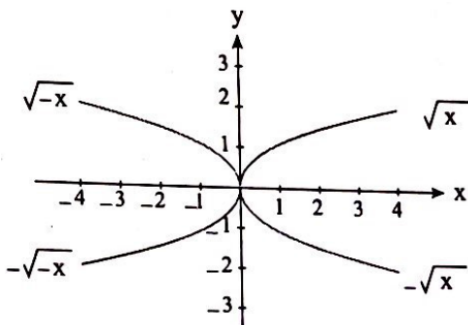
$h(x) = \frac{1}{2}|x - 2|$  و  $k(x) = -\frac{1}{3}|2 - x|$  را رسم کنید.



۳

نمودار توابع  $y = \sqrt{-x}$  و  $y = -\sqrt{x}$  و  $y = -\sqrt{-x}$  به کمک نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  رسم شده است. دامنه و برد توابع فوق

مشخص کنید.

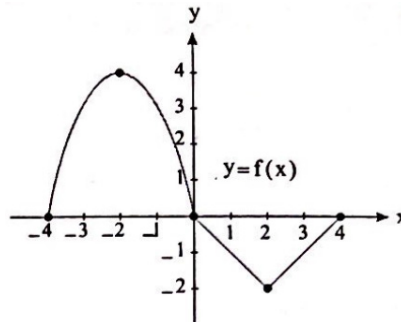


۴

نمودار تابع  $f$  با دامنه  $[-4, 4]$  به صورت زیر داده شده است، می‌خواهیم با استفاده از آن نمودار توابع  $y = f(2x)$  و

$y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$  را رسم کنید.

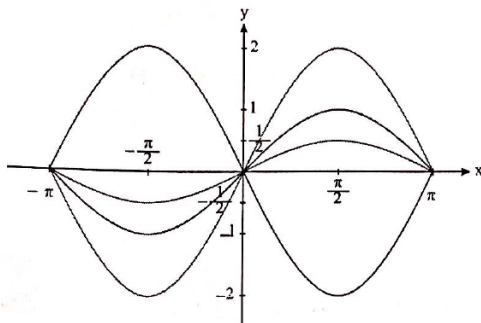
x	f(x)
-4	0
-2	4
0	0
2	-2
4	0



۵

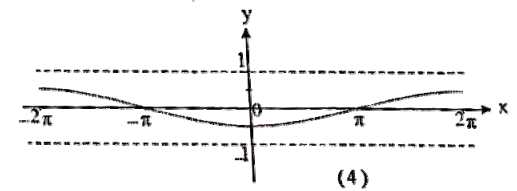
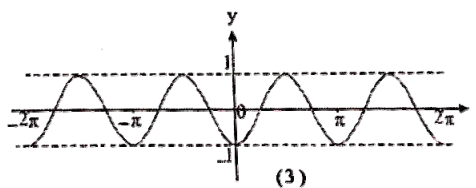
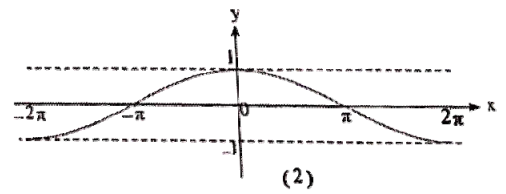
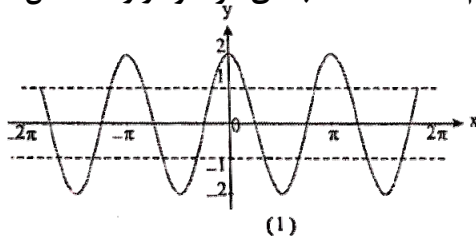
در شکل روبه‌رو نمودار توابع با ضابطه‌های  $y = \sin x$ ،  $y = 2 \sin x$ ،  $y = -2 \sin x$  و  $y = \frac{1}{2} \sin x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  رسم شده

است. نمودار تابع  $y = \sin x$  را مشخص کرده و توضیح دهید نمودار توابع دیگر چگونه به کمک آن رسم شده است. دامنه و برد هر کدام را مشخص کرده و با هم مقایسه کنید.



۶

با استفاده از نمودار  $y = \cos x$ ، نمودار توابع زیر رسم شده است. ضابطه‌ی هر نمودار را مشخص کنید.



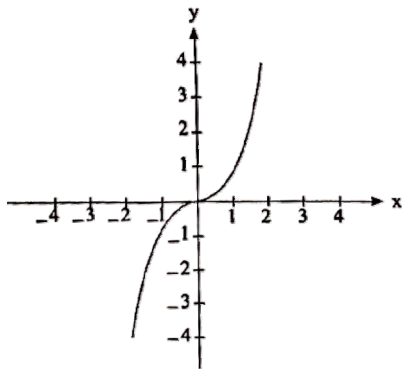
نمودار تابع  $y = -\sin 2x - 1$  و  $y = 2\sin(\frac{-1}{3}x)$  را به کمک نمودار  $y = \sin x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  رسم کنید.

۷

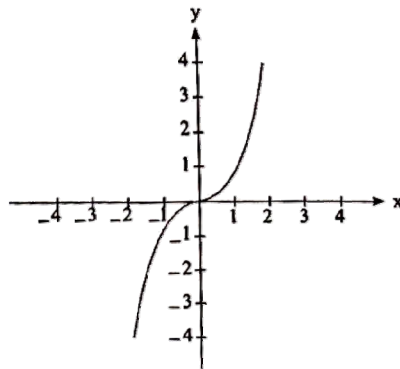
با استفاده از نمودار تابع  $f(x) = x^3$ ، نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن‌ها را مشخص کنید.

۸

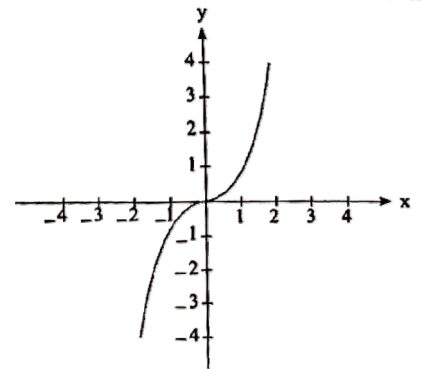
الف)  $y = (x+2)^3$



ب)  $y = -(x-2)^3$

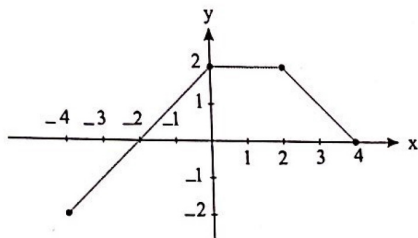


ج)  $y = -x^3 - 2$



با استفاده از نمودار تابع  $f$ ، نمودارهای خواسته شده را رسم کنید.

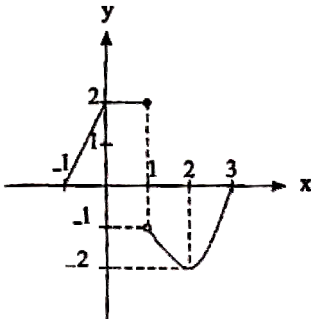
۹



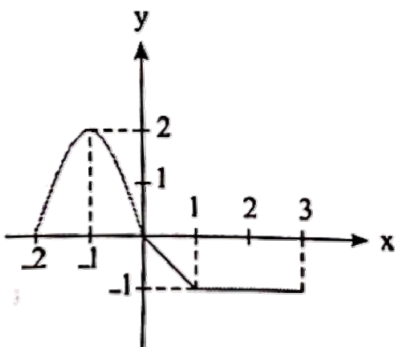
الف)  $y = \frac{1}{3}f(2x) - 1$

ب)  $y = 2f(x-1) - 3$

۱۰ نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = f(\frac{1}{4}x) - 1$  را رسم کنید.



۱۱ نمودار تابع  $y = f(-2x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = -2f(x-2)$  را رسم کنید.



۱۲ نمودار تابع  $y = x^3$  را ابتدا نسبت به محور  $y$  ها قرینه کرده، سپس نمودار حاصل را دو واحد به چپ منتقل کرده و در نهایت آن را ۵ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا تابع  $f$  حاصل شود، ضابطه‌ی وارون تابع  $f$  را بیابید.

۱۳ نمودار  $y = \sqrt[3]{x}$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل را ۴ واحد به راست منتقل می‌کنیم و سپس آن را ۳ واحد به پایین می‌بریم تا تابع  $f$  حاصل شود، ضابطه‌ی تابع وارون تابع  $f$  را بیابید.

۱۴ فرض کنید  $f(x) = 2x^2 - x - 1$  و  $g(x) = \frac{1}{4}(x+3)$  باشد، با کدام انتقال زیر نمودار تابع  $f \circ g(x)$  محور  $x$  ها در دو نقطه‌ی متمایز با طول‌های نامنفی قطع خواهد کرد؟

(۱)  $\frac{9}{8}$  واحد به بالا

(۲) ۴ واحد به راست و  $\frac{9}{8}$  به سمت بالا

(۳) ۴ واحد به سمت راست

(۴) یک واحد به سمت چپ

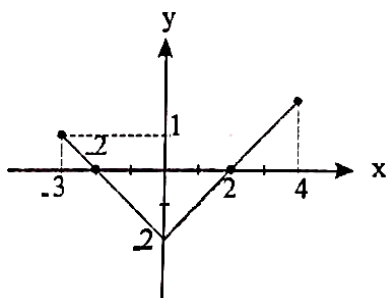
۱۵ اگر شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x-2)$  باشد، آن‌گاه برد تابع  $y = \sqrt{|3f(x)-1|}$  کدام است؟

(۱)  $[0, \sqrt{5}]$

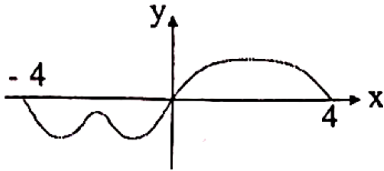
(۲)  $[-2, 3]$

(۳)  $[0, \sqrt{8}]$

(۴)  $[0, \sqrt{8}]$



۱۶ نمودار تابع  $y = f(2x)$  به شکل مقابل است. دامنه‌ی تعریف تابع  $y = 2f(\sqrt{x}) + 1$  کدام است؟



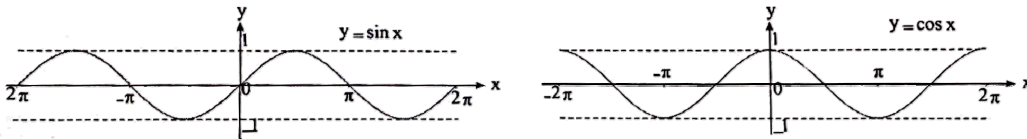
(۱)  $[4, 16]$

(۲)  $[0, 64]$

(۳)  $[0, 4]$

(۴)  $[4, 64]$

۱۷ نمودار توابع  $y = \sin x$  و  $y = \cos x$  در بازه‌ی  $[-2\pi, 2\pi]$  رسم شده است. صعودی یا نزولی بودن آن‌ها را در بازه‌های مشخص شده تعیین نمایید.



x	$[-2\pi, -\frac{3\pi}{2}]$	$[-\frac{3\pi}{2}, -\pi]$	$[-\pi, -\frac{\pi}{2}]$	$[-\pi, 0]$	$[0, \frac{\pi}{2}]$	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
y = sin x					صعودی			

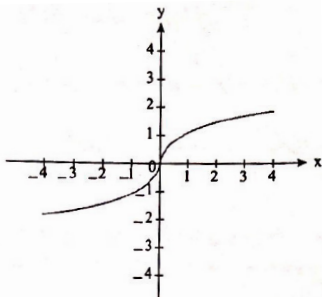
x	$[-2\pi, -\frac{3\pi}{2}]$	$[-\frac{3\pi}{2}, -\pi]$	$[-\pi, -\frac{\pi}{2}]$	$[-\pi, 0]$	$[0, \frac{\pi}{2}]$	$[\frac{\pi}{2}, \pi]$	$[\pi, \frac{3\pi}{2}]$	$[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
y = cos x					صعودی			

۱۸ به نمودار تابع روبه‌رو دقت کنید.

الف) این تابع اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟

ب) این تابع یک‌به‌یک است؟

پ) آیا تابعی وجود دارد که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد ولی به‌به‌یک نباشد؟



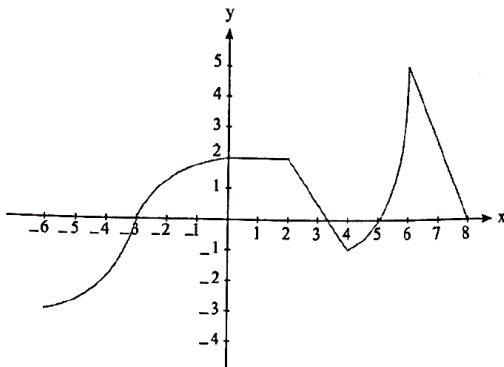
۱۹

نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی را که در آنها تابع، صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

۲۰

با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟



۲۱

تابع نمایی  $y = 2^x - 2$  و تابع لگاریتمی  $y = -\log_3^x + 2$  را رسم کنید و در مورد یکنوایی آنها در کلاس بحث کنید.

۲۲

تابع نمایشی  $y = x^2 |x|$  در بازه  $(-\infty, \alpha]$  نزولی است. حداکثر مقدار  $\alpha$  چقدر است؟

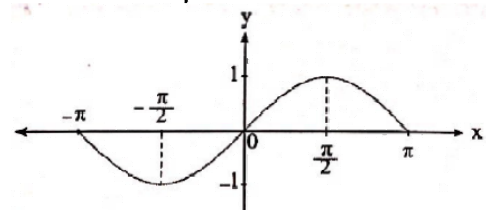
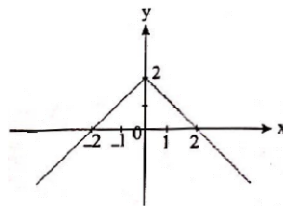
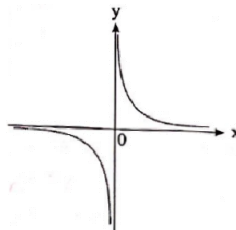
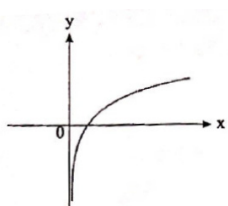
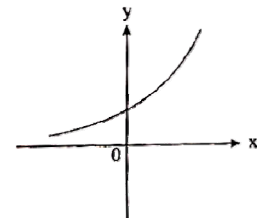
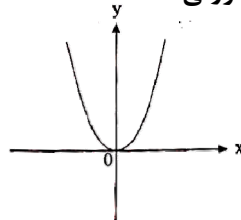
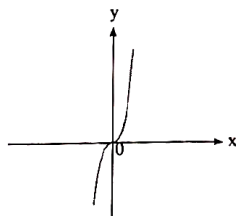
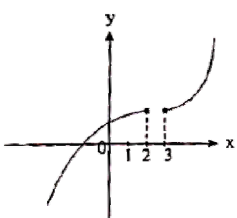
۲۳

تابعی مثال بزیند که در دامنه‌ی خود اکیداً صعودی و تابعی مثال بزیند که در دامنه‌ی خود اکیداً نزولی باشد.



۲۴

هر کدام از توابع زیر در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی هستند؟



۲۵

نمودار توابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند.

الف)  $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$        $D_f = [0, 2\pi]$

ب)  $g(x) = x + |x|$

ج)  $t(x) = -x^3 - 1$

۲۶

اگر  $f$  روی  $\mathbb{R}$  تابعی اکیداً صعودی باشد، دامنه‌ی تابع  $g$  را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{f(|x-2|) - f(|x+1|)}$$

۲۷

اگر  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی باشد، دامنه‌ی تابع  $g$  را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{f(|x-3|) - f(|x+2|)}$$

۲۸

اگر  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی باشد، دامنه‌ی تابع  $g$  را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{f(|2x-1|) - f(|x+1|)}$$



۲۹

اگر  $f$  روی  $\mathbb{R}$  صعودی و  $f(1) = 0$  باشد، دامنه‌ی تابع زیر را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 3x)f(x)}$$

۳۰

اگر تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  نزولی و  $f(-2) = 0$  باشد، دامنه‌ی تابع زیر را بیابید.

$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 81)f(x)}$$



۳۱ حدود  $m$  کدام باشد تا تابع  $f = \{(5,6), (3, m^2 - m), (-4, 2), (4, m^2 - m)\}$  یک تابع صعودی باشد؟

(۱)  $(-2, 1) \cap (2, 3)$

(۲)  $[-2, 1] \cup [2, 3]$

(۳)  $[-2, +3] - [-1, 2]$

(۴)  $[-2, 3] - (-1, 2)$

۳۲ اگر ضابطه‌ی تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} & -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x + 8 & x < -2 \end{cases}$  باشد، آن‌گاه طول بزرگترین بازه‌ای که در آن  $f(x)$  اکیداً صعودی است، کدام است؟

۳۳ اگر تابع  $f$  اکیداً صعودی و  $f(1) = 0$  باشد، آن‌گاه دامنه‌ی  $g(x) = \sqrt{(x^3 - x)f(x)}$  و برابر  $(a, b) - \mathbb{R}$  است. حاصل  $a + b$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) صفر

(۳) -۱

(۴) ۲

۳۴ تابع  $f(x) = |\log_3(x-1)|$  در بازه  $(a,b)$  اکیداً نزولی است، بیشترین طول بازه  $(a,b)$  اکیداً نزولی است، بیشترین طول بازه  $(a,b)$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴)  $\frac{1}{2}$

۳۵ با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

x	f(x)	x	g(x)
-۳	-۷	-۳	۸
-۲	-۵	-۲	۳
-۱	-۳	-۱	۰
۰	-۱	۰	-۱
۱	۳	۱	۰
۲	۵	۲	۳
۳	۵	۳	۸

الف)  $(fog)(1) =$

ب)  $(fog)(-1) =$

پ)  $(gof)(0) =$

ت)  $(gog)(-2) =$

ث)  $(gof)(2) =$

ج)  $(fof)(1) =$

۳۶ اگر  $f = \{(7,8), (5,3), (9,8), (11,4)\}$  و  $g = \{(5,7), (3,5), (7,9), (9,11)\}$  توابع  $fog$  و  $gof$  را به دست آورید.

۳۷ اگر  $f(x) = 3x - 4$  و  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ ، ضابطه‌ی تابع  $g(x)$  را به دست آورید.

۳۸ اگر  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{3}{x}$ ، دامنه و ضابطه‌ی توابع  $f \circ g$  و  $f \circ f$  را بدست آورید.

۳۹ تابع  $h(x) = (3x^2 - 4x + 1)^5$  ترکیب کدام دو تابع زیر است؟

الف)  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  ;  $g(x) = 3x^2 - 4x + 1$

ب)  $k(x) = x^5$  ;  $l(x) = 3x^2 - 4x + 1$

هر یک از توابع زیر را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید. آیا جواب منحصر به فرد است؟

۴۰

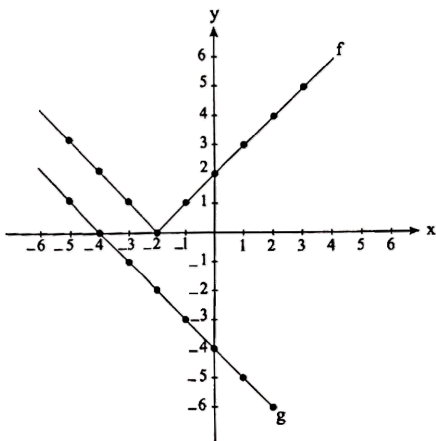


الف)  $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

ب)  $l(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

با توجه به نمودارهای  $f$  و  $g$ ، مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید.

۴۱



الف)  $(f \circ g)(-1)$

ب)  $(g \circ f)(0)$

پ)  $(f \circ g)(1)$

ت)  $(g \circ f)(-1)$

با توجه به ضابطه‌های توابع  $f$  و  $g$ ، معادلات مورد نظر را تشکیل داده و آن‌ها را حل کنید.

۴۲

الف)  $f(x) = 2x - 5$

$g(x) = x^2 - 3x + 8$  :  $(f \circ g)(x) = 7$

ب)  $f(x) = 3x^2 + x - 1$

$g(x) = 1 - 2x$  :  $(g \circ f)(x) = -5$

موارد خواسته شده را در صورت امکان بدست آورید.

۴۳

الف)  $f(x) = x^2 - 5$  ;  $g(x) = \sqrt{x+6}$  :  $D_{f \circ g}, (f \circ g)(x)$

ب)  $f(x) = \sqrt{3-2x}$ ;  $g(x) = \frac{6}{3x-5}$  :  $D_{f \circ g}, (f \circ g)(x)$

ج)  $f(x) = \sqrt{x+2}$  ;  $g(x) = \sqrt{x^2-16}$  :  $D_{f \circ g}, (g \circ f)(x)$

د)  $f(x) = \sin x$  ;  $g(x) = \sqrt{x}$  :  $D_{g \circ f}, (g \circ f)(x)$

۴۴ اگر  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  و  $g = \{(-3,5), (-1,4), (0,7)\}$ ، آن گاه بیشترین مقدار تابع  $(g-f) \cdot 2g$  کدام است؟

۳۲ (۱)

۶۴ (۲)

۸۴ (۳)

۴۲ (۴)

۴۵ اگر  $f(x) = 2x+1$  و  $gof(x) = 4x^2 + 12x + 5$  باشد، حاصل  $(f+g)og(-2)$  کدام است؟

۹ (۱)

۲ (۲)

-۷ (۳)

-۹ (۴)

۴۶ اگر  $g(x) = x^2 - 2x$  و  $g(f(x)) = x^2 + 1$ ، نمودار  $f$  و محور عرض‌ها در کدام عرض متقاطع‌اند؟ ( $f(x) > 1$ )

۱)  $\sqrt{2} - 1$

۲)  $\sqrt{2} + 1$

۳)  $1 - \sqrt{2}$

۴)  $\sqrt{2}$

۴۷ با فرض آن‌که  $f(g(x)) = x^2 - 2x$  و  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ، ضابطه‌ی تابع  $g(x)$  با فرض  $g(x) \geq 2$  کدام است؟

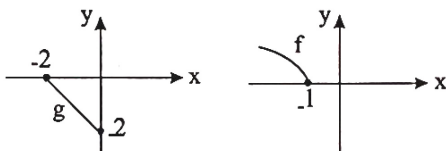
۱)  $g(x) = x + 1$

۲)  $g(x) = 2 - |x|$

۳)  $g(x) = 2 + |x - 1|$

۴)  $g(x) = 2 - |x + 1|$

۴۸ نمودارهای زیر مربوط به توابع  $f$ ،  $g$  هستند. اگر دامنه‌ی تابع  $fg$  به صورت  $[a, b]$  باشد،  $b - a$  کدام است؟



۱) ۱

۲)  $1/5$

۳) ۲

۴)  $2/5$

۴۹ اگر  $f(x - \frac{1}{x}) = x + \frac{1}{x} + 6$ ، آنگاه  $f(\sqrt{2})$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $x \neq 0$ )

(۱)  $6 - \sqrt{6}$

(۲)  $\sqrt{2} + 6$

(۳)  $4 - \sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{2} - 4$

۵۰ اگر داشته باشیم:  $f = \{(1, 3), (4, m), (2, -n^2 + 1), (-3, 1)\}$  و  $g = \{(4, 1-n), (-2, 1), (2, 5), (-3, n+2)\}$

$\frac{f}{g} = \{(4, -5), (2, -\frac{3}{5})\}$  آن‌گاه حاصل  $n - m$  کدام است؟

(۱) ۱۷

(۲) -۷

(۳) ۸

(۴) ۱۳

۵۱ اگر  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ،  $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + \frac{5}{4}$  و  $g(x)$  یک تابع خطی با شیب مثبت باشد، ضابطه‌ی تابع  $g(f(x))$  کدام است؟

(۱)  $-x^2 + 4x + \frac{1}{2}$

(۲)  $-x^2 + 4x - \frac{13}{2}$

(۳)  $x^2 - 4x - \frac{1}{2}$

(۴)  $x^2 - 4x + \frac{13}{2}$

۵۲ اگر  $g(x) = \frac{x+1}{x}$  و به ازای هر  $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$  داشته باشیم  $(f \circ g)(x) + g(x) = x$ ، آنگاه ضابطه‌ی تابع  $f$  کدام است؟

$$\frac{1-x-x^2}{x-1} \quad (1)$$

$$\frac{x+x-x^2}{x-1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x-1} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{x-1} \quad (4)$$

۵۳ اگر  $g(x) = 2\sqrt[4]{8-x}$  و  $f(x) = \log_{\sqrt{2}} x^2 + 6x$ ، دامنه‌ی تعریف تابع  $g \circ f$  شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) بی‌شمار

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۴

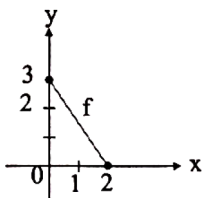
۵۴ اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، دامنه‌ی تابع  $y = f \circ f(x)$  شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳



۵۵ اگر  $f(x) = \sqrt{\log_2(x-1)}$  و  $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 4}$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

(۱)  $\{0, 2\}$

(۲)  $\{0, 1, 2\}$

(۳)  $\{ \}$

(۴)  $\{0\}$

۵۶ دامنه‌ی تعریف تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x^2] + [-x]^2}$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

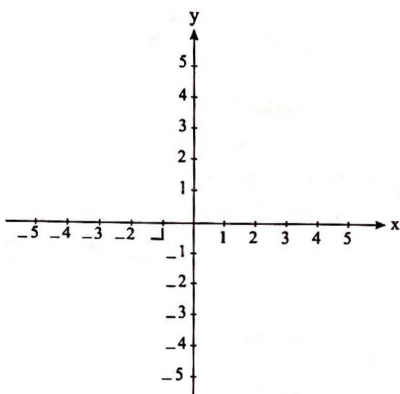
(۱)  $[-1, 1]$

(۲)  $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$

(۳)  $(-1, 1) - \{0\}$

(۴)  $(-1, 1)$

۵۷ آیا تابع  $f(x) = x^3$  یک‌به‌یک است؟ چرا؟ در دستگاه مختصات زیر، نمودار تابع  $f(x) = x^3$  و وارون آن را رسم کنید. ضابطه‌ی تابع وارون چیست؟



۵۸

ضابطه‌ی وارون توابع یک‌به‌یک زیر را بدست آورید.

الف)  $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$

ب)  $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$

۵۹

در مورد هر یک از قسمت‌های زیر نشان دهید که  $f$  و  $g$  وارون یکدیگرند.

الف)  $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$  ،

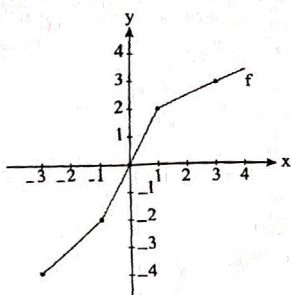
$g(x) = -\frac{2x+6}{7}$

ب)  $f(x) = -\sqrt{x-8}$  ،

$g(x) = 8+x^2; x \leq 0$

۶۰

از نمودار تابع  $f$  برای تکمیل جدول استفاده کنید.



$x$	-۴	-۲	۲	۳
$f^{-1}(x)$	...	...	...	...

۶۱ اگر  $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$  و  $g(x) = x^3$ ، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف)  $(f \circ g)^{-1}(5)$

ب)  $(f^{-1} \circ f^{-1})(6)$

پ)  $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$

۶۲ با محدود کردن دامنه‌ی تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ، یک تابع یک‌به‌یک به دست آورده و دامنه و برد  $f$  و وارون آن را بنویسید و این دو تابع را رسم کنید.

۶۳ ضابطه‌ی تابع وارون توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید. دامنه و برد هر تابع و وارون آن را با استفاده از نمودار مشخص کنید.

الف)  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

ب)  $g(x) = 1 + \sqrt{x-2}$

ج)  $h(x) = x^2 + 1$

۶۴

توابع زیر یک به یک نیستند. با محدود کردن دامنه‌ی آن‌ها به دو روش متفاوت توابعی یک به یک بسازید.

الف)  $f(x) = |x|$

ب)  $g(x) = -x^2$

ج)  $h(x) = x^2 + 4x + 3$

۶۵

وارون تابع با ضابطه‌ی،  $y = \frac{|x|}{x}(x^2 + 1)$  کدام است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x}\sqrt{x-1}$

(۲)  $f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x}\sqrt{|x|-1}$

(۳)  $f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x}\sqrt{-x-1}$

(۴)  $f^{-1}(x) = \frac{|x|}{x}\sqrt{x^2-1}$

۶۶

اگر  $f^{-1}(2x) = x + \sqrt{x+1}$  و  $g(x) = f(3x-4)$  حاصل  $g^{-1}(16)$  کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۵

(۳) ۱۱

(۴)  $\frac{11}{3}$

۶۷ اگر  $f(x) = f^{-1}(x) + x - 3$  باشد، آن گاه  $f(5)$  کدام است؟

- ۴ (۱)  
۵ (۲)  
۶ (۳)  
۷ (۴)

۶۸ اگر داشته باشیم  $f^{-1}(x) = 8x^3 + 4x$  و  $g(x) = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$  و  $g^{-1}(x) = ax^3 + bx$ ، آن گاه  $a + b$  کدام است؟

- ۱ (۱)  
۶ (۲)  
۹ (۳)  
۱۸ (۴)

۶۹ اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 0 \\ ax + b & x < 0 \end{cases}$  یک به یک باشد، آن گاه حدود قابل قبول برای  $a$  و  $b$  کدام است؟

- $\begin{cases} a > 0 \\ b \leq 2 \end{cases}$  (۱)  
 $\begin{cases} a = 1 \\ b \geq 2 \end{cases}$  (۲)  
 $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 2 \end{cases}$  (۳)  
 $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$  (۴)

۷۰ تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 3$  را با دامنه‌ی محدود شده‌ی  $D_f = (-\infty, 0)$  در نظر بگیرید. وارون این تابع در کدام گزینه آمده است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+3}; x < 3$

(۲)  $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+6}; x > 3$

(۳)  $f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x+6}; x < 3$

(۴)  $f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x+6}; x > 3$

۷۱ اگر به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم:  $(f \circ g)^{-1}(2x-4) = \frac{x}{2}$  و  $g(x) = 2x^3 + 1$ ، آنگاه نمودار وارون تابع  $f(x)$ ، محور

$y$ ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

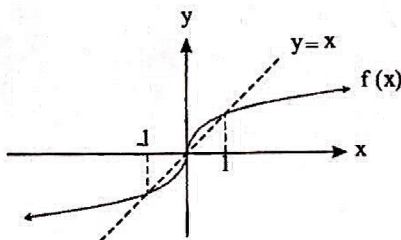
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۲ نمودار تابع  $f(x)$  مطابق شکل زیر است دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$  کدام است؟



(۱)  $[0, 1)$

(۲)  $(-\infty, 0] - \{-1\}$

(۳)  $(-1, 0]$

(۴)  $[0, +\infty) - \{1\}$

۷۳ اگر  $f(x) = 3 - 2x$  باشد، دامنه‌ی تعریف  $y = \sqrt{f^{-1}(2x^2 + 3) - x}$  در کدام گزینه آمده است؟

(۱)  $[0, 1]$

(۲)  $[-1, 0]$

(۳)  $[-1, 1]$

(۴)  $[-2, 1]$

۷۴ به ازای چه حدودی از  $a$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & ; x > 2 \\ x + 2 & ; x \leq 2 \end{cases}$  یک‌به‌یک نیست؟

(۱)  $(-\infty, 4)$

(۲)  $(-\infty, 0)$

(۳)  $(0, +\infty)$

(۴)  $(4, +\infty)$

۷۵ ضابطه‌ی وارون تابع  $f(x) = \frac{3^x - 5}{3^x + 5}$  کدام است؟

(۱)  $\log_5\left(\frac{3x+3}{1-x}\right)$

(۲)  $\log_3\left(\frac{5x-1}{1-x}\right)$

(۳)  $\text{lig}_3\left(\frac{5x-5}{1+x}\right)$

(۴)  $\log_3\left(\frac{5x+5}{1-x}\right)$

۷۶ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $a$ ، تابع  $f(x) = |2x + a|$  در فاصله‌ی  $(-1, 2)$  یک‌به‌یک است؟

(۱)  $\mathbb{R} - (-1, \frac{1}{2})$

(۲)  $[-4, 2]$

(۳)  $\mathbb{R} - (-4, 2)$

(۴)  $[-1, \frac{1}{2}]$

۷۷ اگر  $f(x) = 2x + |x|$  باشد، معادله‌ی  $f^{-1}(x) + 3x = 0$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) بی‌شمار

۷۸ برد تابع  $f(x) = 2^{x+1}$  را به بازه‌ی  $(a, b]$  محدود کرده‌ایم که برای تابع  $g(x) = \sqrt{6-2x}$  ترکیب  $g \circ f^{-1}$  قابل انجام باشد.

حداکثر مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۶

۷۹ در بزرگترین بازه‌ای که تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2x + |2x + 1|$  وارون‌پذیر است، ضابطه‌ی وارون آن کدام است؟

$$(1) f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}, x \geq -1$$

$$(2) f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}, x \geq -\frac{1}{2}$$

$$(3) f^{-1}(x) = 4x + 1, x \geq -1$$

$$(4) f^{-1}(x) = 4x + 1, x \geq -\frac{1}{2}$$

۸۰ ضابطه‌ی معکوس تابع  $f(x) = x^2 + 6x - 1$  با فرض  $(x \leq -4)$  کدام است؟

$$(1) f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+1}, x \geq -9$$

$$(2) f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+1}$$

$$(3) f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+1}, x \geq -1$$

$$(4) f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+1}, x \geq -9$$

۸۱ چند تا از گزاره‌های بیان شده درست هستند؟

(الف) اگر  $f$  تابعی صعودی باشد، محل تلاقی  $f$  با  $f^{-1}$  حتماً روی خط  $y = x$  قرار می‌گیرد.

(ب) وارون هر خط با شیب  $m = -1$  حتماً برابر خودش است.

(پ) اگر نمودارهای  $f$  و  $f^{-1}$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $(a, b)$  ملاقات کنند آن‌گاه  $f(a) = b$  و  $f(b) = a$  خواهد بود.

(ت) هر خط شیب  $m \neq \pm 1$  حتماً نمودار وارونش را ملاقات می‌کند.

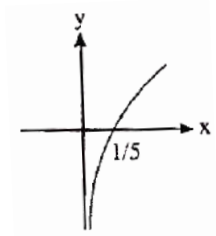
۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

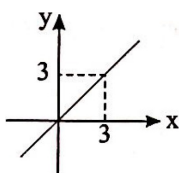
۱ (۴)

۸۲ اگر نمودار تابع  $f$  (مطابق شکل) موجود باشد، دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{-\frac{f^{-1}(x)}{3}}$  به کدام صورت خواهد بود؟

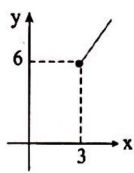


- (۱)  $(-\infty, 0]$
- (۲)  $\emptyset$
- (۳)  $(0, +\infty)$
- (۴)  $(-\infty, \frac{2}{3}]$

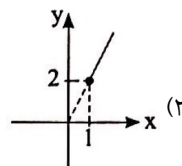
۸۳ با فرض آن که  $f(x) = 4\sqrt{x-1} + 3$ ، نمودار تابع  $y = 2f(f^{-1}(x))$  کدام است؟



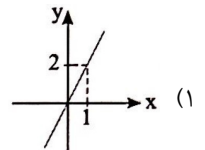
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۸۴ نمودار تابع  $y = \sqrt{1-2x}$  را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی معکوس تابع به دست آمده کدام است؟

$$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{-1-2x}, x \leq \frac{-1}{2} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1, x \geq 1 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x - 1, x \leq \frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1, x \geq 1 \quad (۴)$$

۸۵ اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{2}{x^5 + 3}$  برابر  $[-1, 1]$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = f^{-1}(x-1)$  کدام است؟

(۱)  $[\frac{1}{2}, 1]$

(۲)  $[0, \frac{1}{2}]$

(۳)  $[\frac{3}{2}, 2]$

(۴)  $[-1, -\frac{1}{2}]$

۸۶ اگر  $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)$  باشد، آنگاه حاصل  $f^{-1}(x) + f^{-1}(-x)$  کدام است؟

(۱)  $x$

(۲)  $10^x - 10^{-x}$

(۳) صفر

(۴)  $x-1$

۸۷ تابع را ضابطه‌ی  $f(x) = x - |x-2| + 1$  در بازه‌های وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی معکوس آن در بازه‌ی مذکور کدام است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}, x \leq 2$

(۲)  $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}, x \leq 2$

(۳)  $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}, x \leq 3$

(۴)  $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}, x \leq 3$

۸۸ برد تابع وارون با ضابطه‌ی  $y = 2x - \sqrt{x - x^2}$  کدام گزینه است؟

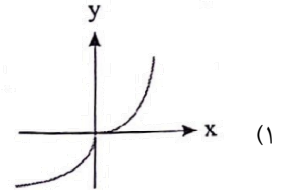
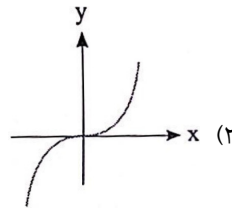
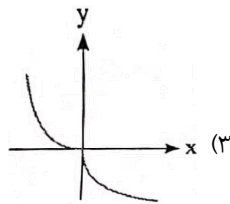
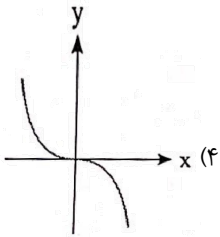
(۱)  $[0, \frac{1}{2}]$

(۲)  $(-\infty, 1]$

(۳)  $[0, 1]$

(۴)  $[0, 2]$

۸۹ نمودار وارون تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}; x > 0 \\ -x^2; x \leq 0 \end{cases}$  چگونه است؟



۹۰ مشخص کنید کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

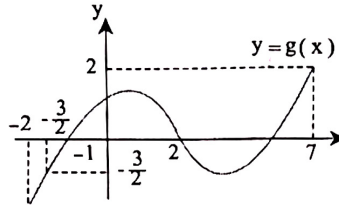
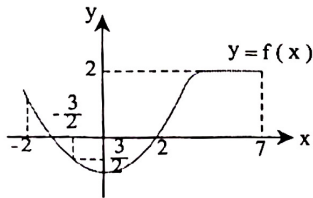
(۱) اگر  $f(x) = x^2 - 4$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ؛ آنگاه  $(f \circ g)(x) = -25$ .

(۲) برای دو تابع  $f$  و  $g$  که  $f \neq g$  تساوی  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$  هیچ وقت برقرار نیست.

(۳) اگر  $f(7) = 5$  و  $g(4) = 7$ ؛ آنگاه  $(f \circ g)(4) = 5$ .

(۴) اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = 2x - 1$ ؛ آنگاه  $(f \circ g)(5) = g(2)$ .

۹۱ نمودارهای توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر هستند. عبارت  $y = \frac{1}{\sqrt{f(x)-g(x)}}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟



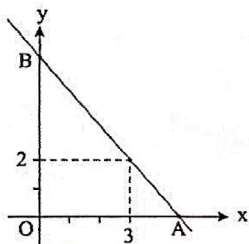
(۱)  $(-2, 2) \cup (2, 7)$

(۲)  $[-2, -\frac{3}{2}] \cup [2, 7]$

(۳)  $(-2, 7) - [-\frac{3}{2}, 2]$

(۴)  $[-2, -\frac{3}{2}] \cup (2, 7)$

۹۲ به ازای هر خط که از نقطه  $(3, 2)$  می‌گذرد و جهت مثبت محورهای مختصات را در نقاط  $A(x, 0)$  و  $B(0, y)$  قطع می‌کند، یک مثلث قائم‌الزاویه در ناحیه اول تشکیل می‌شود. تابعی که مساحت این مثلث را به عنوان تابعی از  $x$  به دست دهد، کدام است؟



(۱)  $s(x) = \frac{2x^2}{x-3}$

(۲)  $s(x) = \frac{x^2}{2x-6}$

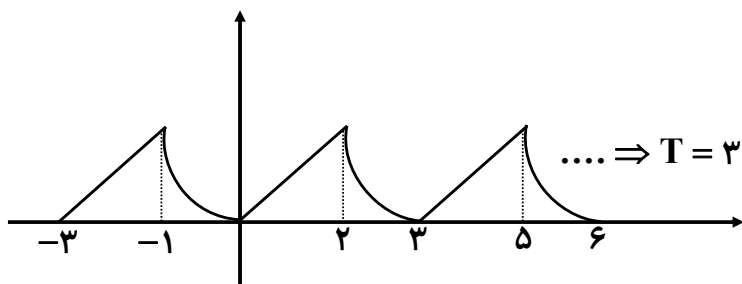
(۳)  $s(x) = \frac{x^2}{x-3}$

(۴)  $s(x) = \frac{x^3}{2x-6}$

## \* تابع متناوب

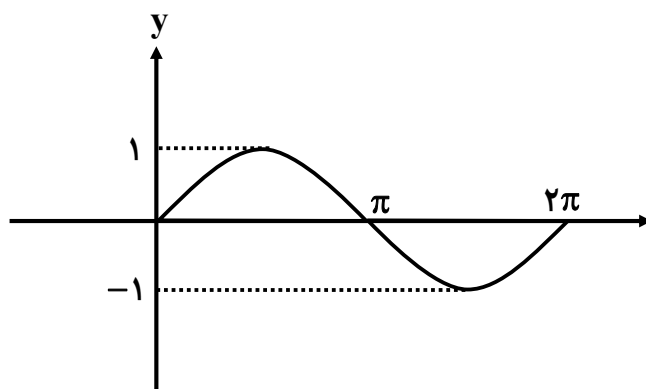
$$f(x \pm T) = f(x)$$

(T کوچکترین عدد ممکنه که مثبت است)

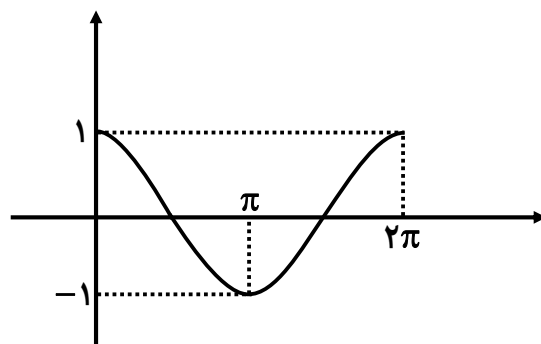


\*

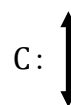
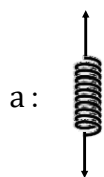
خام:  $y = \sin x$



خام:  $y = \cos x$



$$\begin{cases} y = a \sin bx + C \\ y = a \cos bx + C \end{cases}$$



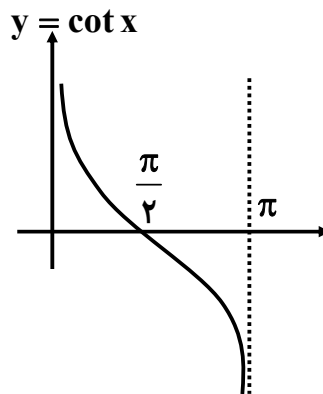
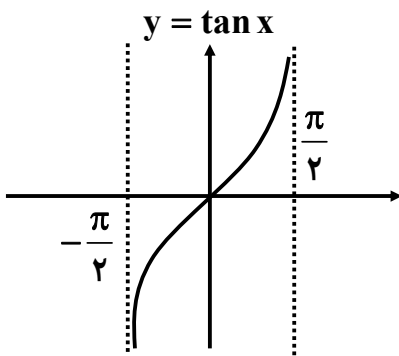
\* دوره تناوب:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi}{|k|} \leftarrow y = \sin kx \\ \frac{2\pi}{|k|} \leftarrow y = \cos kx \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{|k|} \leftarrow y = \tan kx \\ \frac{\pi}{|k|} \leftarrow y = \cot kx \end{aligned} \right\}$$

\* به طور عادی به جای  $\sin \blacksquare$  عدد ۱ بگذارید به  $\max$  می‌رسی و عدد -۱ بگذارید به  $\min$  می‌رسی مگر این‌که ضریب پشت آن‌ها منفی باشد که در این حالت برعکس می‌شه!

\*



$$y = a \tan kx, \quad T = \frac{\pi}{|K|}$$

\* نسبت های مثلثاتی دوبرابر کمان:

$$\left\{ \begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases} \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned} \right.$$

\* طلا و نقره!!

یا همون نصف کمانها

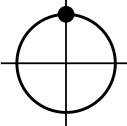
$$\begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \\ \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha) \end{cases}$$

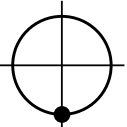
چند تا فرمول فرعی:

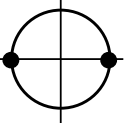
$$\begin{cases} \cot \alpha + \tan \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} \\ \cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha \end{cases}$$

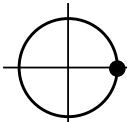
$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 2\alpha \\ \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha \\ \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha \end{cases}$$

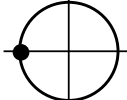
\* حل معادلات مثلثاتی:

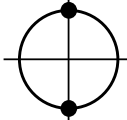
$\sin X = 1$    $X = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$

$\sin X = -1$    $X = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$

$\sin X = 0$    $X = k\pi + 0$

$\cos X = 1$    $X = 2k\pi + 0$

$\cos X = -1$    $X = 2k\pi + \pi$

$\cos X = 0$    $X = k\pi + \frac{\pi}{2}$

$$\sin X = \sin \theta$$

$$\begin{cases} X = 2k\pi + \theta \\ X = 2k\pi + \pi - \theta \end{cases}$$

$$\cos X = \cos \theta$$

$$\begin{cases} X = 2k\pi + \theta \\ X = 2k\pi - \theta \end{cases}$$

$$\tan X = \tan \theta$$

$$\{X = k\pi + \theta\}$$

$$\text{Ex) } \sin X = \frac{1}{2}$$

$$\sin X = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} X = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ X = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\text{Ex) } \cos X = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos X = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} X = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ X = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ex) } \tan X = \sqrt{3}$$

$$\tan X = \tan \frac{\pi}{3}$$

$$\{x = k\pi + \frac{\pi}{3}\}$$

$$\text{Ex) } \sin 2X + \sin X = 0$$

$$\sin 2X = -\sin X$$

$$\sin 2X = \sin(-X)$$

$$\begin{cases} 2X = 2k\pi + (-X) \\ 2X = 2k\pi + \pi - (-X) \end{cases}$$

$$\text{Ex) } \cos 3X = \sin X$$

$$\cos 3X = \cos\left(\frac{\pi}{2} - X\right)$$

$$\begin{cases} 3X = 2k\pi + \left(\frac{\pi}{2} - X\right) \\ 3X = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - X\right) \end{cases}$$

$$\text{Ex) } \tan 4X = \cot X$$

$$\tan 4X = \tan\left(\frac{\pi}{2} - X\right)$$

$$\{4X = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} - X\right)\}$$

دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید. (کتاب درسی)

الف)  $y = 1 + 2 \sin 7x$

ب)  $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$

پ)  $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{\pi}\right) - 2$

ت)  $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید. (کتاب درسی)

الف)  $T = \pi$  ,  $\max = 3$  ,  $\min = -3$

ب)  $T = 3$  ,  $\max = 9$  ,  $\min = 3$

پ)  $T = 4\pi$  ,  $\max = -1$  ,  $\min = -7$

ت)  $T = \frac{\pi}{2}$  ,  $\max = 1$  ,  $\min = -1$

دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = \sqrt{3} \sin(2\pi x) - 1$

ب)  $g(x) = \pi \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right) + \frac{\pi}{2}$

۴ در تابع  $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{1}{3}x\right) - 1$ ، دوره تناوب و نسبت ماکزیمم تابع به مینیمم آن را بیابید.

۵ اگر دوره تناوب تابع  $f(x) = \sin(mx) + m$  برابر  $4\pi$  باشد، ماکزیمم تابع را بیابید. ( $m > 0$ )

۶ اگر دوره تناوب تابع  $f(x) = m \cos(mx) + 3$  برابر با  $\frac{\pi}{4}$  باشد، مینیمم و ماکزیمم تابع را بیابید. ( $m > 0$ )

۷ ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = 2 \sin^2 x - 5$

ب)  $g(x) = -3 \sin^5 2x + 10$

۸ ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = 3 \cos^2 2x - 6$

ب)  $g(x) = -\pi \cos^3 4x - \frac{\pi}{2}$

۹ ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = |2 \sin 3x - 4|$

ب)  $g(x) = |4 \cos 2x - 3|$

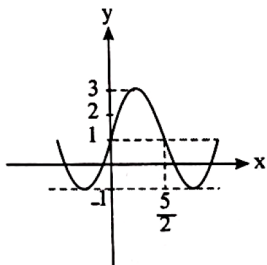
ویژه رشته ریاضی ■ ویژه رشته تجربی ✓

۱۰ اگر دوره‌ی تناوب  $f(x) = 3\cos(mx) + 4$  برابر با  $\frac{\pi}{5}$  باشد، دوره‌ی تناوب تابع  $g(x) = -\cos(m+2)x$  را بیابید. ( $m > 0$ )

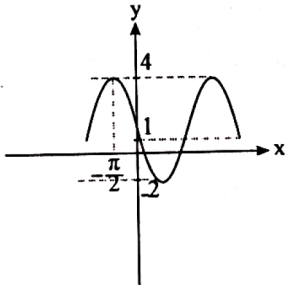
۱۱ اگر دوره تناوب تابع  $f(x) = 3\cos\left(mx - \frac{\pi}{4}\right)$  برابر با  $\frac{\pi}{7}$  باشد، دوره تناوب تابع  $g(x) = \sin\left(mx - x + \frac{\pi}{6}\right)$  را بیابید. ( $m > 0$ )



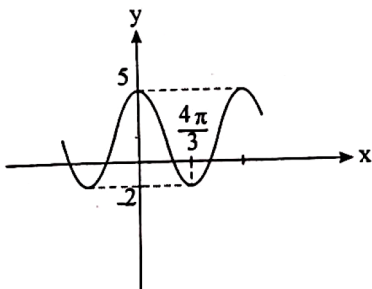
۱۲ اگر نمودار تابع  $f(x) = a\sin bx + c$  بصورت زیر باشد، ضابطه‌ی آن را بنویسید.



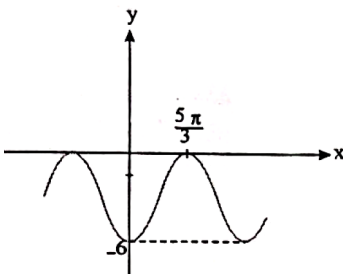
۱۳ نمودار تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  به صورت زیر است، ضابطه‌ی آن را بیابید.



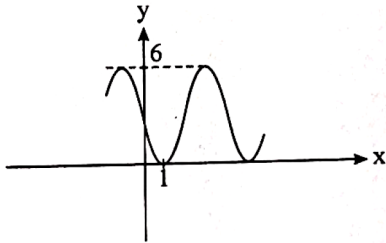
۱۴ نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  بصورت زیر است. ضابطه‌ی آن را بیابید.



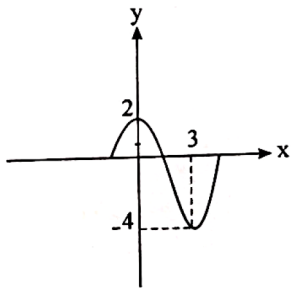
۱۵ نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  بصورت زیر است، ضابطه‌ی آن را بیابید.



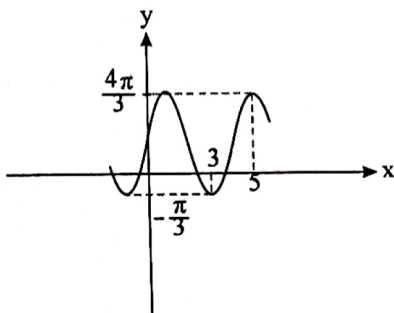
۱۶ اگر نمودار تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  بصورت زیر باشد، ضابطه‌ی تابع را بیابید.



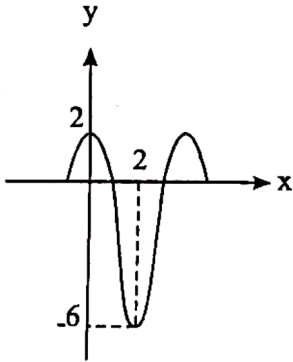
۱۷ نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  بصورت زیر است، ضابطه‌ی این تابع را بیابید.



۱۸ نمودار تابع  $f(x) = a \sin bx + c$  بصورت زیر است، ضابطه‌ی تابع را بیابید.

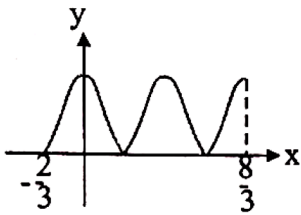


۱۹ اگر نمودار زیر مربوط به تابع  $y = a \sin \pi(\frac{1}{4} - bx) + c$  باشد، مقدار تابع به ازای  $x = \frac{7}{4}$  کدام است؟



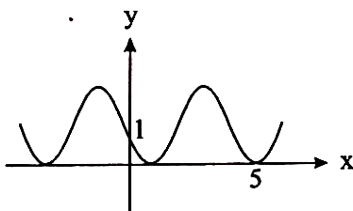
- (۱)  $-2\sqrt{3} - 2$
- (۲)  $2\sqrt{3} - 2$
- (۳)  $-4$
- (۴)  $-3\sqrt{3}$

۲۰ شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = 3 + a \cos(m\pi x)$  است، حاصل  $(a + 2b)$  برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) -۶
- (۴) ۶

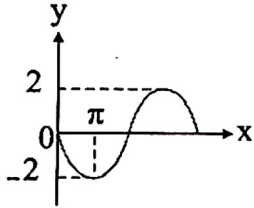
۲۱ قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a - \cos(\pi(\frac{1}{4} + bx))$  به صورت زیر است،  $a + b$  کدام است؟



- (۱) صفر
- (۲)  $1/5$
- (۳) ۱
- (۴)  $0/5$

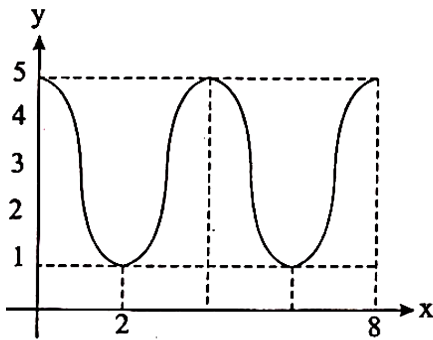
ویژه رشته ریاضی  ویژه رشته تجربی

۲۲ اگر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = b \cos\left(\frac{3\pi}{2} + ax\right)$  به صورت زیر باشد، کدام  $ab$  کدام است؟ ( $a > 0$ )



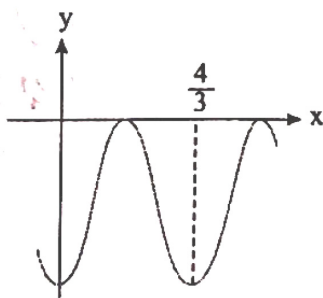
- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳)  $-\frac{3}{2}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۳ نمودار معادله‌ی  $y = a \cos b\pi x + 3$  مطابق شکل زیر است؛ حاصل  $a + b$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱)  $\frac{5}{2}$
- (۲)  $\frac{7}{2}$
- (۳)  $\frac{9}{2}$
- (۴) ۱

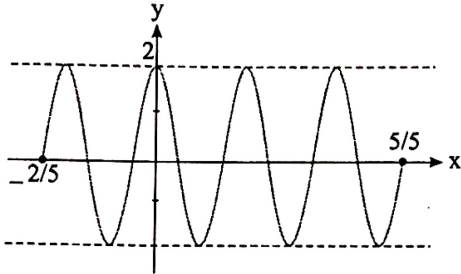
۲۴ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = -2 + a \cos \pi(1 + bx)$  است. در این صورت  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $a > 0$ )



- (۱)  $\frac{3}{2}$
- (۲) ۳
- (۳)  $\frac{5}{2}$
- (۴) ۵

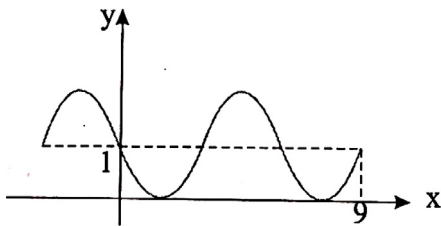
ویژه رشته ریاضی  ویژه رشته تجربی

۲۵ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin \pi \left( \frac{1}{4} + bx \right)$  است. حاصل  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟



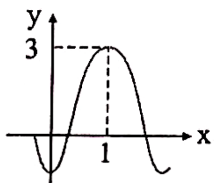
- ✍️
- ۴ (۱)
  - ۱ (۲)
  - ۲ (۳)
  - ۳ (۴)

۲۶ نمودار زیر مربوط به تابع  $f(x) = a + \cos \left( -\frac{1}{3} + bx \right) \pi$  می‌باشد. حاصل  $f(29)$  کدام است؟



- $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)
- $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)
- $\frac{1}{2}$  (۳)
- $\frac{2}{2}$  (۴)

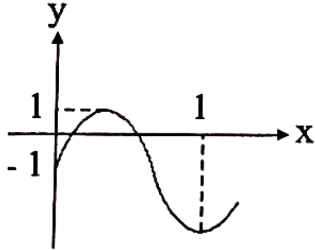
۲۷ اگر قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \cos b \pi x$  به صورت مقابل باشد،  $a$  کدام است؟



- ✍️
- ۲ (۱)
  - ۲ (۲)
  - ۱ (۳)
  - ۳ (۴)

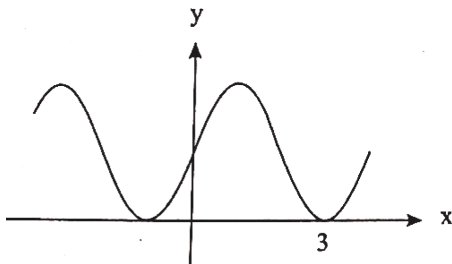
ویژه رشته ریاضی ■ ویژه رشته تجربی ✓

۲۸ شکل مقابل از نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x - 1$  است. مقدار  $a + b$  کدام می‌تواند باشد؟



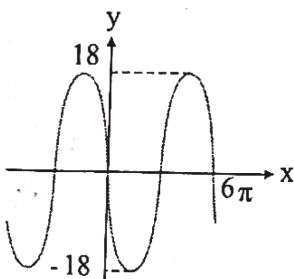
- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

۲۹ قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sin(b\pi x)$  به صورت زیر است،  $a + b$  کدام است؟



- (۱) ۱/۲
- (۲) ۱
- (۳) ۳/۲
- (۴) ۲

۳۰ نمودار تابع  $f(x) = b \sin ax$  به صورت مقابل است. کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟



- (۱) ۵۳/۳
- (۲) -۱۹
- (۳) -۱۷
- (۴) -۵۳/۳

۳۱ فرض کنید  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  و  $\alpha$  زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید. (کتاب درسی)

الف)  $\cos 2\alpha$

ب)  $\sin 2\alpha$

۳۲ نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه  $5^\circ / 22$  به دست آورید. (کتاب درسی)

۳۳ اگر  $\sin 2x = \frac{4}{5}$ ، آن‌گاه حاصل  $\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}$  کدام می‌تواند باشد؟

۲ (۱)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۴ (۳)

$\frac{1}{4}$  (۴)

۳۴ حاصل  $\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8}$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- ۱۲ (۱)  
-۱۲ (۲)  
۲۴ (۳)  
-۲۴ (۴)

۳۵ عبارت  $1 + \tan 10^\circ \tan 20^\circ$  با کدام گزینه برابر است؟

- $\frac{4}{3}$  (۱)  
 $\frac{1}{\cos 10^\circ}$  (۲)  
 $\frac{1}{\cos 20^\circ}$  (۳)  
 $2 \tan 40^\circ$  (۴)

۳۶ اگر  $\sin 2x + \cos 2x = -\frac{1}{5}$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  یا ۳ (۱)  
 $\frac{1}{2}$  یا -۳ (۲)  
 $\frac{-1}{3}$  یا ۲ (۳)  
 $\frac{1}{3}$  یا -۲ (۴)

۳۷ اگر  $\sin x = \frac{12}{13}$  و  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ، مقدار  $\tan \frac{x}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $\frac{2}{2}$
- (۳)  $\frac{5}{26}$
- (۴)  $\frac{13}{15}$

۳۸ کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (کتاب درسی)

- الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.  
 ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.  
 پ) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیر صعودی باشد.  
 ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۳۹ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر  $\sin \alpha$  و  $\tan \alpha$  را با هم مقایسه کنید. (کتاب درسی)

الف)  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

ب)  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

ویژه رشته ریاضی ■ ویژه رشته تجربی ✓

۴۰ اگر  $\tan = 2m - 1$  و  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  آنگاه حدود  $m$  را بیابید.

۴۱ اگر  $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$  و  $\tan \alpha = \frac{2m-1}{3}$ ، آنگاه حدود  $m$  را بیابید.

۴۲ اگر  $\tan \alpha \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، آنگاه حدود  $\alpha$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  بیابید.



۴۳ اگر  $\tan \alpha \leq -1$ ، آن گاه حدود  $\alpha$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  بیابید.

۴۴ دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\tan^2 x - 1}$  را بیابید.

۴۵ برای  $-\frac{\pi}{18} < \frac{x-\pi}{3} < \frac{\pi}{24}$  داریم:  $\cos 2x = 2m - 1$ ، در این صورت حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{3}{4}, 1]$
- (۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$
- (۳)  $(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{2}+2}{4})$
- (۴)  $(0, 1]$

۴۶ معادلات زیر را حل کنید. (کتاب درسی)

الف)  $\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x$

ب)  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

پ)  $\cos x = \cos 2x$

ت)  $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$

ث)  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$

ج)  $\sin x - \cos 2x = 0$

۴۷ مثلثی با مساحت ۳ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ (کتاب درسی)

۴۸ جواب‌های معادله  $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$  را به دست آورید. (کتاب درسی)

۴۹ معادله  $\cos x(2\cos x - 9) = 5$  را حل کنید. (کتاب درسی)

۵۰ جواب‌های کلی معادله زیر را بیابید.

$$\sin^3 \pi x + \cos^3 \pi x = 0$$

۵۱ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\sin 3x + \sin 5x = 0$  را بیابید.

۵۲ جواب‌های کلی معادله زیر را بیابید.

$$\tan 4x = \cot\left(\frac{\pi}{3} + 4x\right)$$

۵۳ معادله  $\sin\left(\frac{x}{4}\right) + \cos\left(\frac{x}{4}\right) = 0$  در فاصله  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟



۵۴ معادله زیر چند جواب در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{x}{4} + \pi\right)$$

۵۵ معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\sin 2x + 3 \cos x = 0$

ب)  $4 \sin\left(\frac{x}{3}\right) \cos\left(\frac{x}{3}\right) = 1$

۵۶ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

الف)  $\tan x = 3 \cot x$

ب)  $2 \sin^2 x = 3 \cos x$

۵۷ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

الف)  $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 2x$

ب)  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

۵۸ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

الف)  $\tan\left(1 + \frac{x}{4}\right) \tan\left(1 - \frac{x}{3}\right) = 1$

ب)  $2 \cos^2 x = \sin x - 1$

۵۹ معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$  را حل کرده و جواب‌های بین صفر و  $2\pi$  آن را به دست آورید.



۶۰ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\sqrt{3} \tan x = 2 \sin x$$

۶۱ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\sin^2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 2\cos\left(\frac{5\pi}{8} - x\right) = 3$$

۶۲ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

الف)  $2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 0$

ب)  $2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x = 0$

۶۳ جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی زیر را بیابید.

$$\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin 3x = 0$$

۶۴ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$4\sin^2 x - 2(\sqrt{2} + 1)\sin x + \sqrt{2} = 0$$

۶۵ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

الف)  $2\cos^2 3x + \cos 3x = 0$

ب)  $\sin 5x + \cos 3x = 0$

۶۶ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\tan^2 x - \tan^2 x + 1 = \tan x$$

۶۷ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کرده و جواب‌های واقع در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  را بیابید.



$$\sin x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

۶۸ از معادله‌ی  $(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x) = \sin \frac{4\pi}{3}$  جواب کلی  $x$  کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$k\pi \pm \frac{5\pi}{12} \quad (3)$$

$$k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \quad (4)$$

۶۹ مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\sin 3x = \cos 2x$  در فاصله‌ی  $(0, \pi)$  کدام است؟

$$2\pi \quad (1)$$

$$\pi \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

۷۰ اگر جواب معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x = \cos x$  به صورت  $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$  باشد، مجموعه‌ی مقادیر  $i$  کدام است؟

- (۱)  $\{1, 2, 0\}$
- (۲)  $\{0, 1\}$
- (۳)  $\{1, 2, 3\}$
- (۴)  $\{1, 2\}$

۷۱ معادله‌ی  $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - \sin 2x$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۷۲ جواب‌های معادله‌ی  $1 + \sin x = (2 + \sqrt{2}) \cos^2 x$  بر روی دایره‌ی مثلثاتی، رؤس کدام چند ضلعی است؟

- (۱) مثلث متساوی الاضلاع
- (۲) مثلث قائم الزاویه
- (۳) مثلث متساوی الساقین
- (۴) مثلث با زاویه بیش از  $90^\circ$

۷۳ یکی از جواب‌های کلی معادله‌ی  $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$  کدام است؟

(۱)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$

(۲)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$

(۳)  $2k\pi - \frac{2\pi}{3}$

(۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۷۴ مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $(\sqrt{3}\sin x - 1)(\lambda \cos x + 1) = 0$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چقدر است؟

(۱)  $\pi$

(۲)  $2\pi$

(۳)  $3\pi$

(۴)  $4\pi$

۷۵ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos^4 2x - 16 \sin^4 x \cos^4 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{24}$

(۲)  $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{48}$

(۳)  $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$

(۴)  $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12}$

۷۶ معادله‌ی  $\frac{\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}}{\cos x \cos 2x} = 8$  چند جواب در فاصله‌ی  $[0, \pi]$  دارد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۷۷ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\tan x = \sin 2x$  به صورت  $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$  است. مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $[0, 3]$
- (۲)  $\{1, 3\}$
- (۳)  $\{0, 1\}$
- (۴)  $\{1, 2, 3\}$

۷۸ تعداد جواب‌های معادله‌ی  $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 4x$  در بازه‌ی  $[0, \pi]$  کدام است؟

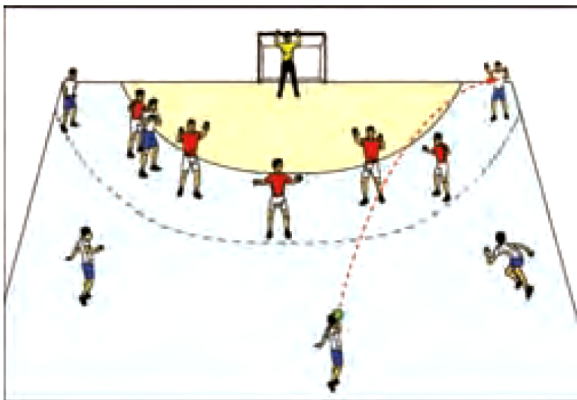
- (۱) ۵
- (۲) ۷
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۷۹ مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $\sin x(\sin x + 1) + \cos x + \frac{\sin 2x}{2} = -\cos^2 x$  در بازه‌ی  $[0, 3\pi]$ ، چند برابر  $\pi$  است؟

- ۵ (۱)
- ۵/۲۵ (۲)
- ۵/۵ (۳)
- ۷۵/۵ (۴)

۸۰ مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $(7\sin x - 8)(3\sin x + 1)(5\cos x - 2) = 0$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند برابر  $\pi$  است؟

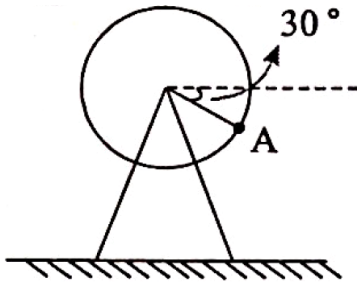
- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)



۸۱ یک بازیکن هندبال توپ را با سرعت  $16 \frac{m}{s}$  برای هم تیمی خود که در  $12/8$  متری او قرار دارد پرتاب می‌کند. اگر رابطه بین سرعت توپ  $v$  (بر حسب متر بر ثانیه)، مسافت طی شده افقی  $d$  (بر حسب متر) و زاویه پرتاب  $\theta$  به صورت زیر باشد، آنگاه زاویه پرتاب توپ چقدر بوده است؟ (کتاب درسی)

$$d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{10}$$

۸۲ چرخ و فلکی دایره‌ای شکل به شعاع ۱۲ متر دارای تعدادی کابین است. مطابق شکل، کابین A در ارتفاع ۱۸ متری از سطح زمین قرار دارد. اگر چرخ و فلک  $21^\circ$  حول مبدأ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران کند، کابین A در چه ارتفاعی از سطح زمین قرار خواهد گرفت؟ (زاویه‌ی کابین A با سطح افقی  $30^\circ$  است.)



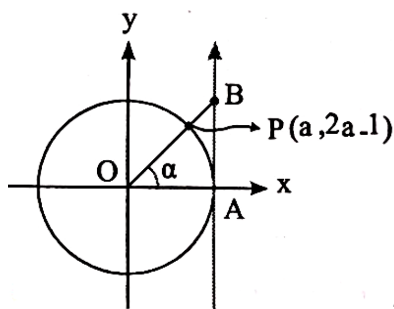
(۱)  $6(4 + \sqrt{3})$

(۲)  $3(7 + 2\sqrt{3})$

(۳) ۲۴

(۴) ۲۱

۸۳ با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مساحت مثلث AOB چقدر است؟ ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ )



(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{2}{8}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۸۴ نقطه‌ی  $A(0, 1)$ ، دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی  $\frac{13\pi}{4}$  رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران

می‌کند تا به نقطه‌ی  $A'$  برسد، مجموع طول و عرض نقطه‌ی  $A'$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\sqrt{2}$

(۳)  $-\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{2}$

### تقسیم چند جمله‌ای‌ها:

\* باقی‌مانده‌ی چند جمله‌ای  $P(x)$  بر  $x-a$  برابر  $R = P(a)$  است.

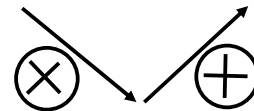
باقی‌مانده چند جمله‌ای  $P(x)$  بر  $ax+b$  برابر  $R = P(-\frac{b}{a})$  است.

### \* اتحادهای چاق و لاغر:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) \\ x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) \\ x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) \\ x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) \\ x^5 + y^5 = (x+y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4) \end{cases}$$

### \* روش هورنر در تقسیم بر یک جمله‌ای با مثال:

$$\begin{array}{r|l} 3x^5 + 2x^4 + x^3 - 6x - 5 & x-1 \\ \hline & Q = \\ : & \\ : & \\ : & \\ \hline & R \end{array}$$



$$\text{ریشه مقسوم علیه} \text{ ① } \begin{array}{r|l} 3 & 2 & 0 & 1 & -6 & -5 \\ \hline 3 & 5 & 5 & 6 & 0 & -5 \\ \hline & Q(x) & & & & R \end{array}$$

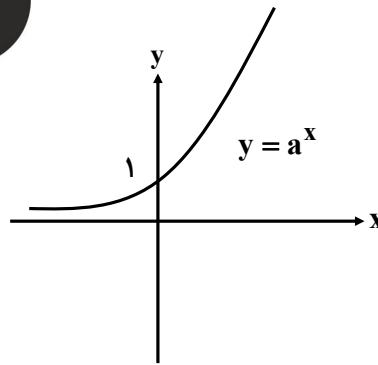
$$R = -5 \quad Q(x) = 3x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 6x + 0$$

### \* چند نکته محاسباتی:

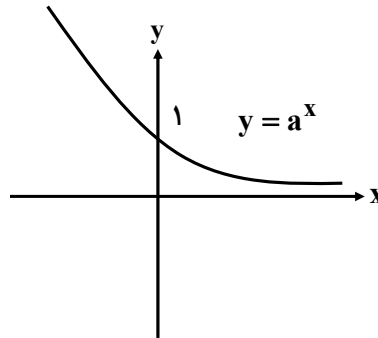
$$\frac{\text{عدد}}{\infty} = 0, \quad \frac{\infty}{\text{عدد}} = \infty$$

$$\infty \times \text{عدد غیر صفر} = \begin{cases} +\infty + \infty = +\infty \\ -\infty - \infty = -\infty \\ (+\infty) \times (+\infty) = +\infty \\ (-\infty) \times (+\infty) = -\infty \\ (-\infty) \times (-\infty) = +\infty \end{cases}$$

$$(a > 1) \Rightarrow \begin{cases} a^{+\infty} = +\infty \\ a^{-\infty} = 0 \end{cases}$$

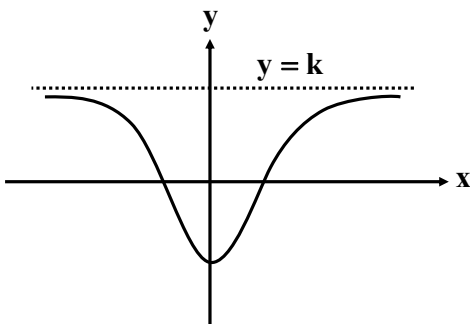


$$0 < a < 1 \Rightarrow \begin{cases} a^{+\infty} = 0 \\ a^{-\infty} = +\infty \end{cases}$$

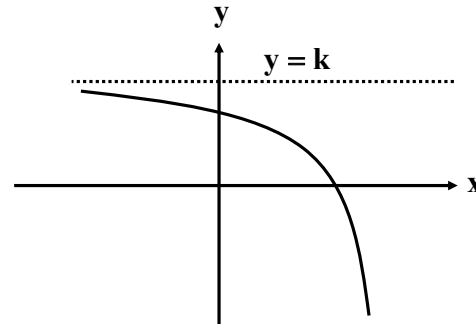


\* **حد در بی نهایت** : بررسی حد تابع در  $x \rightarrow \infty$  را می‌گوییم.

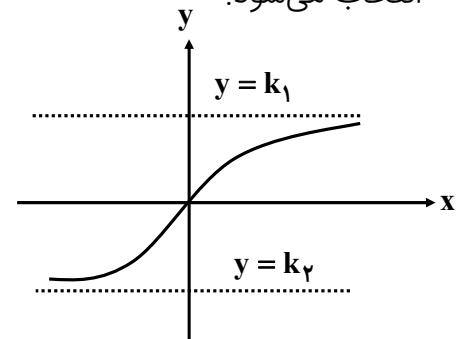
\* در این نوع حدگیری حالت مبهم  $\frac{\infty}{\infty}$  اغلب رخ می‌دهد! و در چند جمله‌ای‌ها بیشترین درجات از هر چند جمله‌ای انتخاب می‌شود.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = k$$



$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = k \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$$



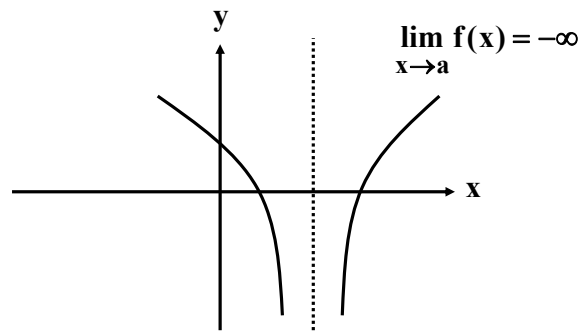
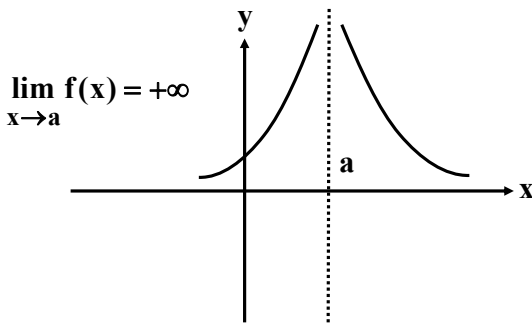
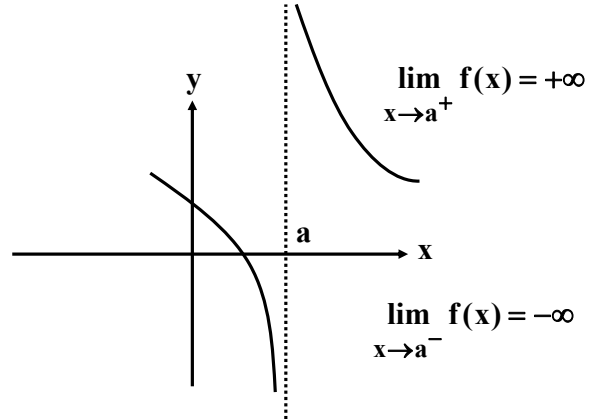
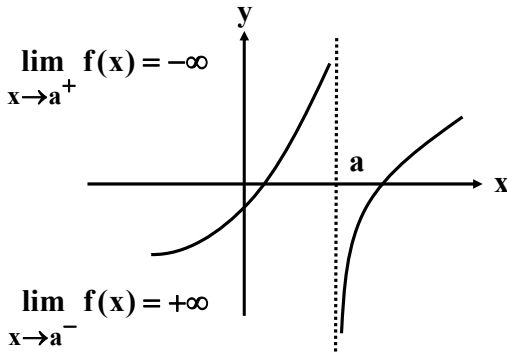
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = k_1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = k_2 \end{cases}$$

\* **حد بی نهایت** : وقتی جواب حد برابر  $\infty$  می‌شود.

و این حالت وقتی رخ می‌دهد که

$$\left. \begin{array}{l} (1) \frac{\text{عدد غیر صفر}}{\text{صفر حدی}} = \infty \text{ در محاسبه} \\ (2) y \rightarrow \infty \text{ در نمودار} \end{array} \right\}$$

\* حتماً باید علامت آن مشخص شود، و این کار معمولاً با تعیین علامت مخرج انجام می‌شود.



به عنوان نمونه از دید محاسبه:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{0}{0^+} = +\infty \\ \frac{0}{0^-} = -\infty \\ \frac{-0}{0^+} = -\infty \\ \frac{-0}{0^-} = +\infty \end{array} \right.$$

\* خروجی عدد حاصل از براکت یک عدد مطلق است، پس در مخرج اگر بود حد ناموجود است!

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{[x]} = \text{ناموجود}$$

۱ نشان دهید چند جمله‌ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر دو جمله‌ای  $x + 2$  بخش پذیر است.

۲ چند جمله‌ای  $g(x) = 2x^3 + x^2 + 1$  را در نظر بگیرید.

الف) آیا  $g(x)$  بر  $(x + 1)$  بخش پذیر است؟ چرا؟

ب) با انجام تقسیم، درستی ادعای خود را بررسی کنید:

پ)  $g(x)$  را به صورت حاصل ضرب عامل‌ها بنویسید.

$$2x^3 + x^2 + 1 \mid x + 1$$

۳ الف) نشان دهید چند جمله‌ای  $f(x) = 2x^4 + x^2 - x - 4$  بر دو جمله‌ای  $x + 1$  بخش پذیر است.

ب) به کمک تقسیم،  $f(x)$  را به صورت حاصل ضرب عامل‌ها بنویسید.

۴ اگر باقی مانده تقسیم  $p(x) + 4$  بر  $x - 3$  برابر ۷ باشد، مقدار  $m$  کدام باشد تا عبارت  $g(x) = x^6 + 5p(x + 2) - m$  بر  $x + 1$  بخش پذیر باشد؟

۵ اگر  $(x - 1)$  یک عامل عبارت  $p(x) = x^4 - x^3 + ax + 8$  باشد، معادله  $p(x) = 0$  چند ریشه دیگر دارد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۶ اگر باقی مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x + 1$  به ترتیب ۳ و -۲ باشد،  $k$  کدام باشد تا  $f(x) = p(x + 1) - 2p(x + 3) + x^2 - 3kx$  بر  $x + 2$  بخش پذیر باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $-\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{3}{2}$
- (۴)  $-\frac{3}{2}$

باقی مانده تقسیم عبارت  $y(x) = x^6 - kx^2 - 3x + 1$  بر  $x - 2$  برابر ۳ شده است. باقی مانده تقسیم  $y(x)$  بر  $x + 1$  کدام است؟

۷

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

اگر چند جمله‌ای  $x^3 - ax^2 + bx + 12$  بر  $x - 3$  و  $x - 4$  بخش پذیر باشد، حاصل  $a \times b$  کدام است؟

۸

- ۱۵ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۴۲ (۴)

اگر چند جمله‌ای  $x^3 + ax^2 - (b - 1)x - b$  بر  $x + 3$  و  $x - 2$  بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم آن بر  $x + 4$  کدام است؟

۹

- ۱۴ (۱)
- ۳۴ (۲)
- ۳۸ (۳)
- ۱۸ (۴)

۱۰ باقی مانده تقسیم  $p(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 1$  بر  $x - 1$ ، برابر ۲ و خارج قسمت آن  $q(x)$  است.  $q(-1)$  کدام است؟

- (۱) -۷
- (۲) -۶
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۱۱ اگر باقی مانده تقسیم عبارت  $p(x)$  بر  $x^2 + 3x + 2$ ،  $2x + 1$  باشد، باقی مانده تقسیم عبارت  $p(x-1) - p(x-2)$  بر  $x$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۲ اگر  $f(x) = x^2 - 16 = (x+2)q(x)$  باشد، باقی مانده تقسیم  $q(x)$  بر  $x+1$  کدام است؟

- (۱) -۱۶
- (۲) -۱۵
- (۳) ۵
- (۴) ۱۲

۱۳ باقی مانده تقسیم عبارت  $p(x) = x^2 - x^2 + kx + 4$  بر عبارت  $x - 2$  برابر صفر است، حاصل جمع صفرهای تابع  $p$  کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) ۳

۱۴ حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^3 - 13x^2 + 24x - 9}$

ت)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$

ث)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x^2 + 3x + 2}$

۱۵ حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$  را محاسبه کنید.

۱۶ حد های زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4}$

۱۷ حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x+16}{\sqrt[3]{x+2}}$

۱۸ حاصل حد های زیر را تعیین کنید

الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$

ت)  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{9}{(x+6)^2}$

ث)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(x-2)^4}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{4x+1}{(2x+1)^2}$

چ)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-5x}{x^2-9}$

ح)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2-4}$

خ)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x}$

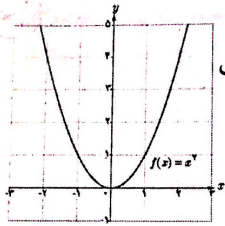
د)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$

ذ)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$

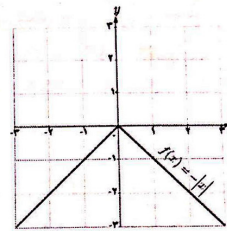
ر)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$

۱۹

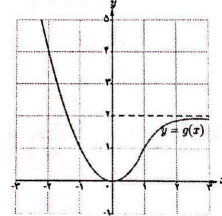
با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی‌ها را بنویسید.



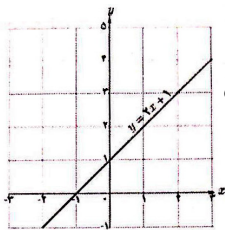
الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = \dots$



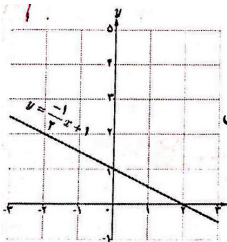
پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$



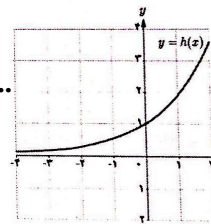
ث)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$



ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = \dots$



ت)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1\right) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1\right) = \dots$

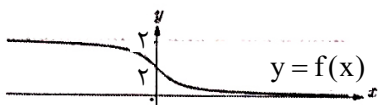


ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$

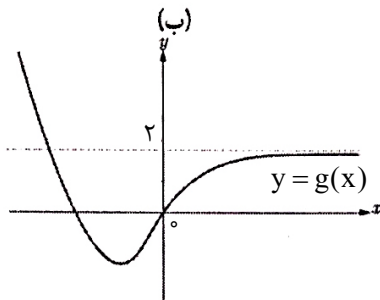
(الف)

با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

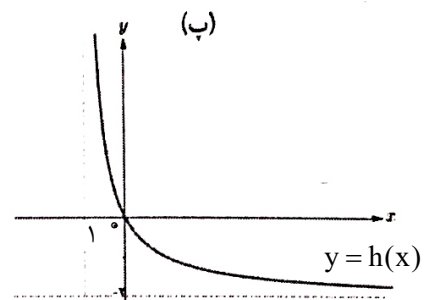
۲۰



$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$



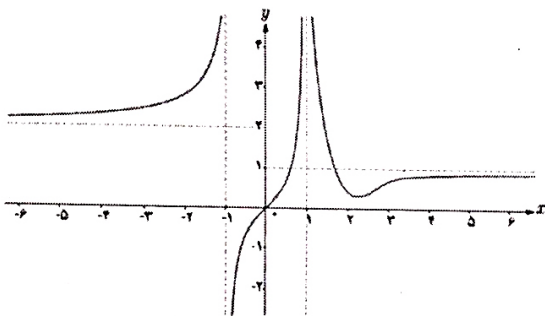
$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$



$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$

نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:

۲۱



الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

پ)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ث)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ج)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

۲۲ حدود زیر را محاسبه کنید:

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 9 + \frac{7}{x^3} \right)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{1}{2}x^3 + 7x^2 - 6 \right)$

پ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3}$

ت)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$

ث)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x + 1}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3}$

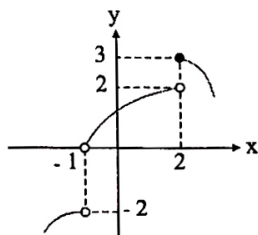
چ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$

ح)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x}{3 - x}$

خ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$

د)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{4}$

۲۳ اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(1-x)$  کدام است؟



(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) صفر

۲۴ اختلاف حد چپ و راست تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{[-x] + 3}{[x] + 2}$  در  $x = -3$ ، کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

(۱) ۰

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) ۲

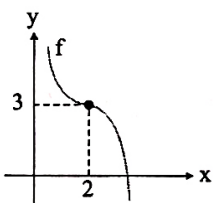
۲۵ اگر  $f(x+2) = \frac{\cos \pi x}{1 + \sin \pi x}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

۲۶ اگر  $f(x) = x^2 [x]$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

۲۷ با توجه به نمودار  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - \pi}{f(x) - 3}$  کدام است؟



- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

۲۸ اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$  ، آنگاه حد راست این عبارت در نقطه‌ی  $x = -2$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$
- (۲)  $-\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{4}{3}$

۲۹ اگر حد تابع  $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3x}}{ax + 1}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  برابر ۱ باشد،  $f(-3)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$
- (۲)  $-\frac{3}{4}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $-\frac{3}{4}$

۳۰ اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n + 2x^3 + 1}{2x^m + x + 5} = 3$  ، مقدار  $a + n$  کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ ( $m, n \in \mathbb{N}$ )

- (۱) ۱۱
- (۲) ۱۰
- (۳) ۷
- (۴) ۸

۳۱ اگر حد  $f(x) = \frac{a(x-1)}{2x - \sqrt{x^2 + 3}}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  برابر  $\frac{2}{3}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{4}$
- (۲)  $\frac{4}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۲ حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cot^2 x}$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) -۱

۳۳ اگر حد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x+a} - 2}{x^2 - 1}$  در  $x=1$  عددی حقیقی باشد، حاصل این حد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{8}$
- (۴)  $\frac{1}{4}$

۳۴ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)}$  کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۶ (۲)
- $-\frac{1}{6}$  (۳)
- $\frac{1}{6}$  (۴)

۳۵ اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{ax-2}}{\sqrt[3]{3x-1}-2} = b$  ، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- $\frac{5}{2}$  (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- صفر (۴)

۳۶ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 3^x + 4^x - 1}{16^x - 1}$  ، کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۱۲ (۴)

۳۷ حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[4]{x}-1)}$  کدام است؟

- ۲۴ (۱)  
۱۲ (۲)  
۸ (۳)  
۶ (۴)

۳۸ اگر حد کسر  $\frac{ax - \sqrt{4x^2 + 48}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  برابر ۲ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی  $x \rightarrow 2^-$  کدام است؟

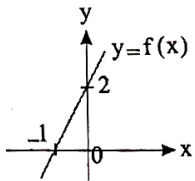
- ۱ (۱)  
 $\frac{1}{3}$  (۲)  
 $-\frac{5}{3}$  (۳)  
-۳ (۴)

۳۹ اگر  $f(x) = \frac{[x]}{x}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  باشند، آنگاه حد تابع  $\frac{g}{f}$  در  $x = 0$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- صفر (۱)  
-۱ (۲)  
۱ (۳)  
وجود ندارد (۴)

۴۰ با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x}$  کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۱ (۲)
- ۴ (۳)
- ۲ (۴)



۴۱ مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{\tan^3 x}$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- $\frac{1}{4}$  (۳)
- $-\frac{1}{4}$  (۴)

۴۲ با شرط  $n < 2$  و  $m > 4$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n^2 x^{m-2} + nx + m}{mx^{-n+2} + mx - 2} = 3$  مقدار  $m - n$  کدام است؟

- صفر (۱)
- ۶ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۸ (۴)

۴۳ اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x > 1 \\ x+1 & x = 1 \\ x^2+2 & x < 1 \end{cases}$  و  $g(x) = 3-x$  باشند، حد تابع  $(f \circ g)(x)$  وقتی  $x \rightarrow 2^-$  کدام است؟

- (۱) -۴
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۴۴ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & |x| \leq 1 \\ x + b & |x| > 1 \end{cases}$  در تمام نقاط حد دارد. مقدار  $2b - a$  کدام است؟

- (۱) -۵
- (۲) -۴
- (۳) ۵
- (۴) ۴

۴۵ اگر  $f(x-4) = \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۲۰
- (۴) ۶

۴۶ حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos^2 x}{|\sin 2x - 2 \cos x|}$  کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) ۱
- (۴)  $-\infty$

۴۷ در تابع  $f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 10}}{ax - 2}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$
- (۲)  $\frac{15}{8}$
- (۳)  $\frac{11}{8}$
- (۴)  $\frac{11}{6}$

۴۸ اگر  $f(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{[x] - 1}{1 - \tan x}$ ، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x)$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

- (۱) صفر
- (۲)  $-\infty$
- (۳)  $+\infty$
- (۴) -۱

۴۹ اگر حد تابع  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 + x}}{3x - 1}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  برابر ۲ باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- ۷ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{۸}{۳}$  (۳)
- $\frac{۷}{۳}$  (۴)

۵۰ اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{n-1} + mx^2 - 3}{2x^{n+1} + 4x^2 + 3} = -2$  حاصل  $m + n$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۱ (۴)

۵۱ حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{|x| - \sin x}$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- صفر (۲)
- ۱ (۳)
- $\frac{۱}{۲}$  (۴)

۵۲ اگر  $m$  و  $n$  اعداد طبیعی باشند به گونه‌ای که  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^n + 2x^2 + 1}{2x^m + x + 5} = 3$ ، آنگاه  $a + n$  کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- ۸ (۱)
- ۷ (۲)
- ۱۱ (۳)
- ۱۰ (۴)

۵۳ حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{1+x}{1+\sin x}$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- صفر (۲)
- $+\infty$  (۳)
- $-\infty$  (۴)

۵۴ در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax + b\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  باشد، آنگاه حد تابع  $g(x) = xf(x)$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۸ (۲)
- ۸ (۳)
- ۴ (۴)

۵۵ حد چپ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax}{2x + [-x]}$  در نقطه‌ی  $x=1$ ، به اندازه‌ی ۲ واحد از حد راست آن در این نقطه بیش تر است. مقدار  $a$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۴ (۴)

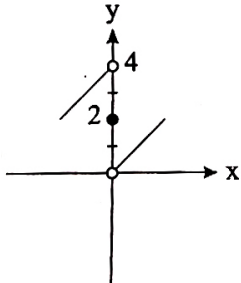
۵۶ اگر  $f(x+1) = \frac{1}{x^2 - 1}$  باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  کدام است؟

- +∞ (۱)
- ∞ (۲)
- ۱ (۳)
- صفر (۴)

۵۷ اگر  $f(x) = \begin{cases} [x] & x > -1 \\ 1 - [x] & x \leq -1 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1)$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- وجود ندارد (۳)
- صفر (۴)

۵۸ اگر شکل زیر مربوط به تابع  $g(x)$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4-g(x)}{\sqrt{g(x)}-2}$  کدام است؟



- (۱)  $-\infty$
- (۲)  $-\frac{1}{4}$
- (۳)  $\frac{2}{\sqrt{2}-2}$
- (۴)  $-4$

۵۹ اگر  $n$  عددی طبیعی باشد و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - 2x + 1}{2x - \sqrt{x^2 + 3}} = \frac{1-a}{3}$  آنگاه حاصل  $a+n$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$
- (۲)  $1/4$
- (۳)  $2/5$
- (۴)  $1/25$

۶۰ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-1)^{[x]}}{\sin x}$  کدام است؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-1$
- (۲)  $1$
- (۳)  $+\infty$
- (۴)  $-\infty$

۶۱ اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x + \sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}} = \frac{1}{2}$  ، آنگاه  $a+b$  کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۲ (۴)

۶۲ در تابع  $f(x) = \frac{ax + \sqrt{x^2 + bx - 3}}{x-1}$  ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  موجود باشد،  $f(-4)$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳ (۴)

۶۳ اگر تابع  $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx-2}$  از نقطه‌ی  $(1, 2)$  بگذرد و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱۱ (۱)
- ۸ (۲)
- ۵ (۳)
- ۲ (۴)

۶۴ اگر بازه  $(1-4x, 2-x)$  یک همسایگی برای  $1/4$  و  $1/8$  باشد، محدوده  $x$  کدام است؟

(۱)  $(-0/2, 0/6)$

(۲)  $(-0/6, 0/2)$

(۳)  $(-0/1, 0/2)$

(۴)  $(-0/2, 0/1)$

۶۵ جواب نامعادله  $|x-8| < 4$  همسایگی کدام عدد نیست؟

(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴)

۶۶ اگر  $(a, a+b) \cup (b-2, a+5)$  یک همسایگی محذوف  $-1$  باشد، مقدار  $a-b$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $-3$

(۳) ۳

(۴)  $-1$