

رياضی تجربی

مهدی امینی راد



همایش شماره آلاء



جمع بندی نیمسال اول دوازدهم

AlaaTV.com
@alaa_sanatisharif

بی‌گدار
به‌آب‌نزن



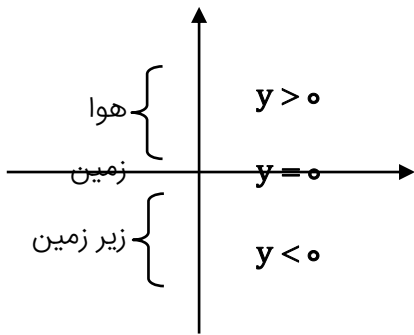
بارم بندی درس ریاضیات ۳ پایه دوازدهم - سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

شهریور و دی	نوبت دوم	نوبت اول	محدوده‌ی فصل	فصل
۳	۵/۱	۷	کل	۱
۳	۵/۱	۵	کل	۲
۲	۱	۵	کل	۳
۵	۱	۳	تا صفحه ۷۶	۴
	۵/۴		صفحه ۷۷ به بعد	
۳	۴		کل	۵
۵/۲	۴		کل	۶
۵/۱	۵/۲		کل	۷
۲۰	۲۰	۲۰	جمع	



فصل اول: تابع

قسمت اول: تعیین علامت



۱- تعیین علامت معادله درجه اول

$$y = ax + b$$

$$y = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{a} \text{ (ریشه)}$$

نکته: در تعیین علامت حواسمون به علامت a باشه

x	x
p	مخالف علامت a 0 موافق علامت a

۲- تعیین علامت معادله درجه دوم

$$y = ax^2 + bx + c$$

۱) $\Delta > 0 \rightarrow$ ریشه متمایز ۲

x	x_1	x_2
p	موافق علامت a	مخالف علامت a
	موافق علامت a	موافق علامت a

۲) $\Delta = 0 \rightarrow$ ریشه مضاعف ۱

x	$x_1 = x_2$
p	موافق علامت a
	موافق علامت a

۳) $\Delta \rightarrow$ ریشه ۰

x	$-\infty$	$+\infty$
p	همواره موافق علامت a	

* تعیین علامت به روش ریشه‌های زوج و فرد:

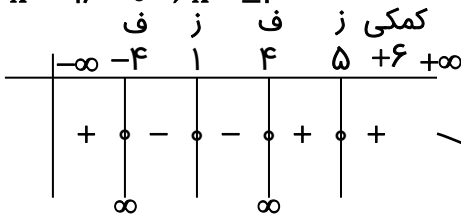
$$P = \frac{(x-1)^2 |x-5|}{x^2 - 16}$$

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ ریشه زوج}$$

$$|x-5| = 0 \rightarrow x = 5 \text{ ریشه زوج}$$

سوال
ریشه‌ی زوج چیه!!!؟؟
عزیزم اگر کل عبارت داخل قدر مطلق یا داخل پرانتز با
توان زوج باشد ریشه زوج تولید می‌کند.

$$x^2 - 16 = 0 \rightarrow x = \pm 4$$



نکته: حواسمون به ریشه‌های مخرج باشه که غیر قابل قبول

روش محاسبه: یه عدد کمکی اینجا ($x=6$) را داخل سوال انداختیم حاصل مثبت شد بعد اگر به ریشه زوج رسیدیم علامت عوض نمی‌شه اما اگر به ریشه فرد برخورد کردیم علامت عوض می‌شه به همین راحتی (گلابی!!)
نکته: تعیین علامت در قسمت‌های زیادی استفاده میشه مثل تعیین دامنه و حل نا معادلات و ...

(قسمت دوم تابع) معادله و تابع درجه دوم

1- رسم تابع درجه دوم:

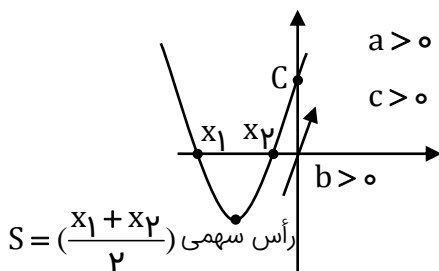
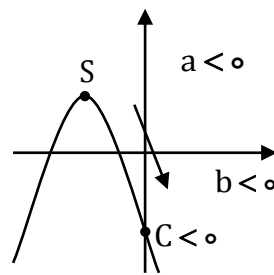
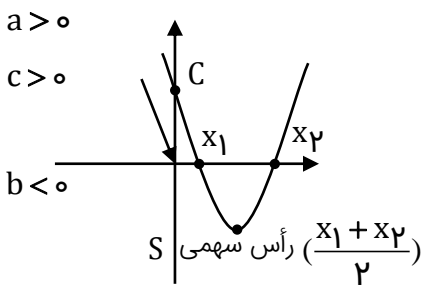
$$y = ax^2 + bx + c$$

ضریب $a = x^2$ → قدم اول → $\begin{cases} a > 0 \cup \text{(دسته‌ها روبه بالا)} \\ a < 0 \cap \text{(دسته‌ها روبه پایین)} \end{cases}$

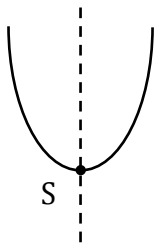
قدم دوم → ضریب $b = x$ → $x = \frac{-b}{2a}$ (رأس سهمی)

روش تستی برای تشخیص جهت b از چپ به راست به نقطه C نزدیک شو اگر سربالایی رفتی $b > 0$ اگر سربالایی رفتی $b < 0$.

همیشه روی محور y ها → ضریب ثابت $c =$ قدم سوم



نکته: نقطه رأس سهمی یا (S)



$$S \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{-b}{2a} \quad (\text{طول رأس سهمی}) \\ y &= f(x) = \frac{-\Delta}{4a} \quad (\text{عرض رأس سهمی}) \end{aligned} \right.$$

۲. حل معادله درجه دوم (بدست آوردن ریشه‌ها)

برای حل معادله درجه دوم راه‌های زیادی وجود دارد.

از جمله استفاده از Δ ، استفاده از اتحاد و تجزیه، استفاده از روش هندسی.

روش دلتا:

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \rightarrow x_1, x_2 \text{ ندارد} \end{cases}$$

۲ ریشه متمایز
۱ ریشه مضاعف (مماس)
بدون ریشه

استفاده از اتحاد و تجزیه: این قسمت رو اکثر عزیزان اطلاعات کافی دارند و فقط چند مثال می‌زنم.

۱) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$(x+2)(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

۲) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ $\xrightarrow{\text{روش تستی به جای روش } \Delta}$ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x-4) = 0$$

$$\rightarrow (2x-1)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ x-2=0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

۳) $3x^2 - 2x - 8 = 0$ $\xrightarrow{\text{روش تستی به جای روش } \Delta}$ $3x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow (x-6)(x+4) = 0$$

$$(3x+4)(x-\frac{6}{3}) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x+4=0 \rightarrow x = -\frac{4}{3} \\ x-2=0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

۳. روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم

نکته:

$$* S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$* P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$* d = |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

۴. نوشتن معادله از روی ریشه‌ها:

* نوشتن معادله با داشتن S و P

$$x^2 - Sx + P = 0$$

* اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله باشند

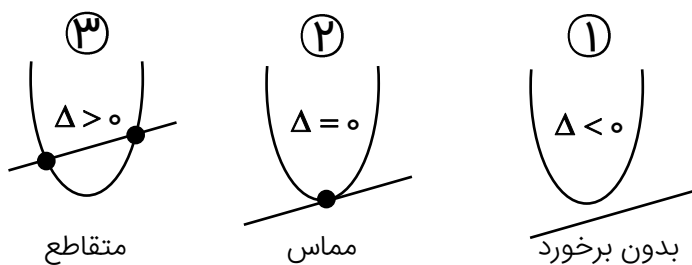
$$K(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

* معادله با ریشه مضاعف (تکراری) مانند α

$$K(x - \alpha)^2 = 0$$

نکته: هنگامی معادله ریشه مضاعف دارد که $\Delta = 0$ باشد.

۵. وضعیت نسبی خط و صفحه:



مثلاً تو سوال مطرح میشه: خط به معادله‌ی $y = m + 4$ با منحنی به معادله‌ی $y = -x^2 + 2x$ هیچ نقطه مشترک ندارند، خوب بچه‌ها این یعنی چی!!!! یعنی اگر این منحنی و خط را مساوی هم قرار بدیم $\Delta < 0$ میشه.

۶. تحلیل علامت ریشه‌ها با S و P :

$$\Delta > 0 \rightarrow \begin{cases} S > 0 \text{ و } P > 0 \rightarrow \text{هر دو ریشه مثبت} \\ S < 0 \text{ و } P > 0 \rightarrow \text{هر دو ریشه منفی} \end{cases}$$

و مدل‌های دیگر: عزیزم کمی فکر کن و برای خودت مثال بزن، راحت به جواب می‌رسی. مثلاً اگر جمع ریشه‌ها مثبت و ضرب ریشه‌ها مثبت یعنی هر دو مثبت دیگه !!!



۷. دو حالت مهم برای یافتن سریع جواب در معادلات درجه دوم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$۱) a + b + c = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$۲) a + c = b \rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

۸. حل معادلات به فرم $a \circ^2 + b \circ + c = 0$

مثال: مجموع ریشه‌های حقیقی $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$

حل: اینجا دایره ما $(x^2 + x)$ هستش

$$x^2 + x = t$$

$$t^2 - 18t + 72 = 0 \rightarrow (t - 6)(t - 12) = 0 \quad t = 6, t = 12$$

$$x^2 + x = 12 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow \text{مماس} = -1 - 1 = -2$$

$$x^2 + x = 6 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

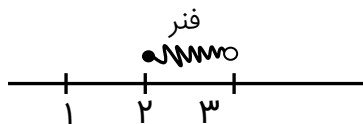
تابع جزء صحیح: (براکت)

$$[x] = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Z} \\ \text{عدد صحیح سمت چپ} & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

معادلات و نامعادلات جزء صحیح

$$۱) [x] = n \rightarrow n \leq x < n + 1$$

مثال: $[x] = 2 \rightarrow 2 \leq x < 3$



$$۲) [x] \leq n \rightarrow$$

$$۳) [x] \leq n \rightarrow$$

ویژگی‌های جزء صحیح :

۱) اگر k عدد صحیحی باشد از براکت خراج می‌شود. $[x + k] = [x] + k$

$$۲) [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

یا

$$۳) 0 \leq x - [x] < 1 \rightarrow [x] \leq x \leq [x] + 1$$

جزء اعشاری

نکته: می‌تواند هر عبارتی باشد.

$$0 \leq \left[\frac{1}{b} \right] - \left[\frac{1}{b} \right] < 1$$

نمودار توابع جزء صحیح :

$$y = a[bx]$$

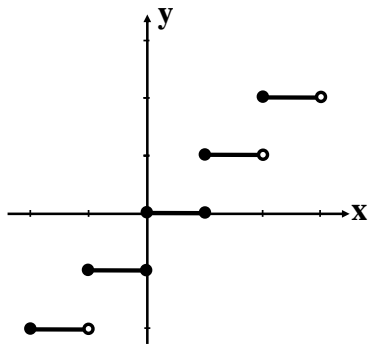
$$\text{طول پله} = \frac{1}{b}$$

$$\text{طول نقطه ناپیوستگی} \Rightarrow bx = k \Rightarrow x = \frac{k}{b}$$

چند نمودار مهم توابع جزء صحیح:

۱)

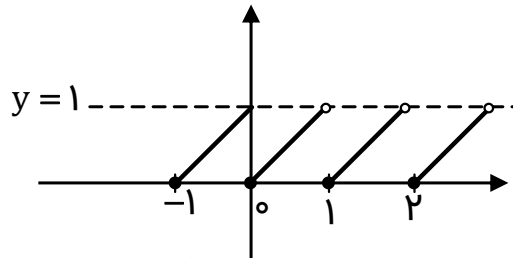
$$y = [x]$$



در این نمودار همیشه نقاط سمت چپ پاره خطها توپر و شکل تابع شبیه پله است و طول هر پله نیز ۱ است.

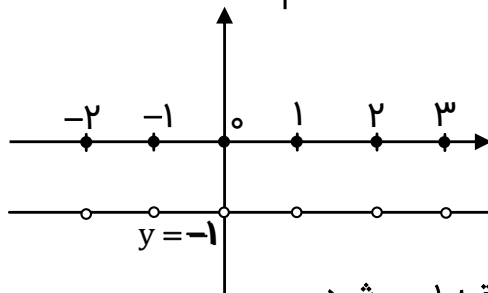
۲)

$$y = x - [x]$$



۳)

$$y = [x] + [-x]$$

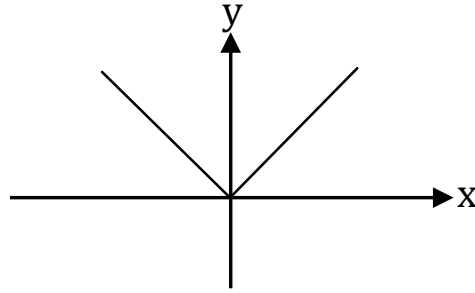


در این نمودار به ازای اعداد صحیح صفر و به ازای بقیه -۱ می‌شود.



قدر مطلق:
تعریف:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{ذات مثبت} \\ -x & \text{ذات منفی} \end{cases}$$



$$|x| = \begin{cases} +x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

چند ویژگی ساده قدر مطلق:

$$\begin{aligned} 1) |a| &\geq 0 & 3) \left| \frac{a}{b} \right| &= \frac{|a|}{|b|} \\ 2) |a| &= |-a| & 4) |ab| &= |a| |b| \end{aligned}$$

معادلات قدر مطلق:

$$\begin{aligned} 1) |f(x)| = a \xrightarrow{a \geq 0} f(x) = \pm a & \text{ (با شرط)} \\ 2) |f(x)| = |g(x)| \longrightarrow f(x) = \pm g(x) & \text{ (بدون هیچ قید و شرطی)} \end{aligned}$$

نامعادلات قدر مطلق:

$$\begin{aligned} 1) |f(x)| < a \xrightarrow{a > 0} -a &\leq f(x) \leq +a \\ 2) |f(x)| > a \xrightarrow{a > 0} \begin{cases} f(x) > a \\ f(x) < -a \end{cases} \\ 3) |f(x)| < |a| \longrightarrow x^2 < a^2 \end{aligned}$$

$$(x^2 - a^2) < 0 \rightarrow (x-a)(x+a) < 0$$

به روش اتحاد مزوج حل می‌کنیم.

نا مساوی مثلثی:

$$1) |a+b| \leq |a| + |b|$$

اگر $ab < 0$ (مختلف علامه) باشد علامت نامساوی برقرار است و اگر $ab > 0$ (متحدالعلامه) علامت مساوی برقرار است.

تابع يك به يك و تابع معكوس

تابع يك به يك : تابعی که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مؤلفه‌ی دوم تکراری نداشته باشند، البته حواسمان باشد که خود زوج مرتب باید تابع باشد.

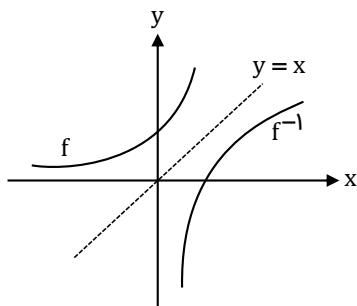
بررسی یک به یک بودن از روی نمودار : هر خطی موازی محور x ها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند. نکته: تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی (یکنوا) یک به یک است.

نکته: تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد (اگر f یک به یک باشد، f^{-1} تابع خواهد بود)

پیدا کردن تابع وارون

۱- زوج مرتب : کافی است که جای مؤلفه‌های اول و دوم یعنی x و y را عوض کنیم.

۲- نمودار : نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) قرینه می‌کنیم.



$$f(a) = b \rightarrow f^{-1}(b) = a$$

۳- ضابطه : برای یافتن ضابطه‌های تابع وارون از روی ضابطه ۲ روش وجود دارد.

روش اول : ابتدا x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم و سپس جای x و y را عوض می‌کنیم (x را تنها می‌کنیم)

مثال $\rightarrow y = 2x - 3 \rightarrow y + 3 = 2x \rightarrow x = \frac{y+3}{2}$

حالا جای x و y را عوض می‌کنیم

$$f^{-1}(x) = y = \frac{x+3}{2}$$

نکته: برای حل تست‌های این قسمت می‌توان از روش عددگذاری هم استفاده کرد.

روش دوم: در ضابطه‌ی f به جای x ، y و به جای y ، x قرار می‌دهیم و سپس y را بر حسب x به دست می‌آوریم. ضابطه‌ی به دست آمده، ضابطه‌ی تابع وارون f است.

مثال $\rightarrow y = -4x + 5$

$$x = -4y + 5 \rightarrow 4y = -x + 5 \rightarrow y = \frac{-x+5}{4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x+5}{4}$$

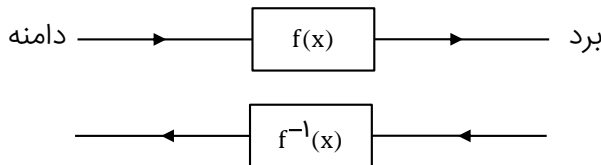


نکته: $f(a) = b \rightarrow f^{-1}(b) = a$ و $R_f = D_{f^{-1}}$ و $D_f = R_{f^{-1}}$

نکته: در تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a+d=0$ باشد، آن گاه وارون تابع با خود آن برابر می‌شود.

نکته: ترکیب f و f^{-1}

$$1) f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$$



نکته: استفاده از تابع f و f^{-1} به شکل ماشین

مسیر حرکت عوض شود تابع معکوس می‌شود.

اعمال جبری روی توابع و ترکیب توابع

منظور از اعمال جبری یعنی $(f \pm g)$ می‌باشد که برای این منظور ابتدا باید شرط $Df \cap Dg$ را بررسی کنیم و سپس اعمال جبری را روی توابع اجرا می‌کنیم.

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \xrightarrow{\text{به شرط}} Df \cap Dg$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \xrightarrow{\text{به شرط}} Df \cap Dg - \{g(x) = 0\}$$

نکته ۱: برای محاسبه اعمال جبری در توابع زوج مرتبی ابتدا زوج‌های مرتبی که مؤلفه‌ی اول یکسان دارند را مشخص می‌کنیم و سپس مؤلفه‌های دوم آن را + یا - یا \times یا \div می‌کنیم. خلاصه در دامنه مشترک، اعمال جبری روی برد انجام می‌شود.

نکته ۲: تساوی دو تابع: هنگامی دو تابع f و g با هم برابرند که دو شرط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} \text{او} \rightarrow Df = Dg \\ \text{دوم} \rightarrow \text{ساده شده تابع } f = \text{ساده شده تابع } g \text{ باشد} \end{cases}$$

ترکیب دو تابع

ترکیب دو تابع به صورت ضابطه: ترکیب دو تابع f و g را به صورت

$$f \circ g(x) = f(g(x)) \quad x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f \circ g$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \quad x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g \circ f$$



دامنه‌ی ترکیب توابع

$$f(g(x)) =$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \rightarrow$$

روش حفظ کردن متوجه شدن

$$x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \text{خروجی}$$

روش حفظ کردن متوجه شدن مسیر حرکت ماشین است.

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \rightarrow$$

$$g(f(x))$$

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow \text{خروجی}$$

تابع (نمودارشناسی)

۱) تابع درجه اول

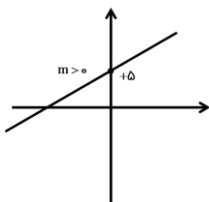
$$y = ax + b \quad \text{یا} \quad y = mx + h$$

برای رسم سریع تابع درجه اول، ابتدا روی محور y ها h (عرض از مبدأ) را مشخص می‌کنیم سپس با استفاده از علامت شیب رسم را انجام می‌دهیم.

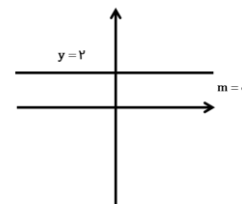
روی محور y ها h = عرض از مبدأ = ارتفاع

$$m = \text{شیب خط} = \text{تندی} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha \quad (\alpha \text{ حاده}) \rightarrow m > 0, m = 0, m = \infty$$

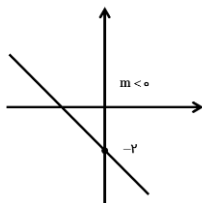
مثال: توابع زیر را رسم کنید.



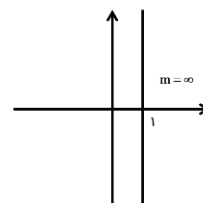
$$۱) y = 2x + 5$$



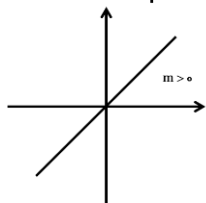
$$۵) y = 2$$



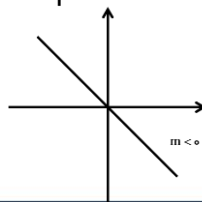
$$۲) y = -\frac{3}{2}x - 2$$



$$۶) x = 1$$



$$۳) y = x \quad (\text{نیمساز ناحیه ۱ و ۳})$$



$$۴) y = -x \quad (\text{نیمساز ناحیه ۲ و ۴})$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

(۲) تابع درجه دوم (روش کلی)

برای رسم سریع تابع درجه دوم قدم‌های زیر را انجام می‌دهیم.

قدم اول: $a \rightarrow a > 0$ (دستها بالا), $a < 0$ (دستها پایین)

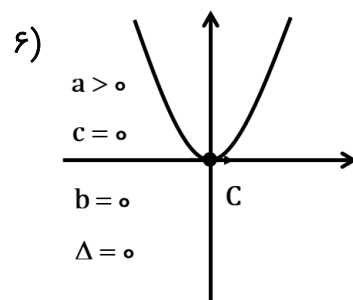
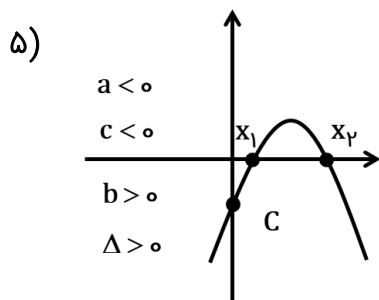
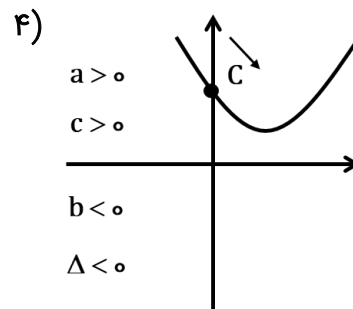
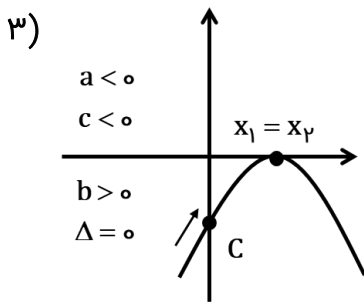
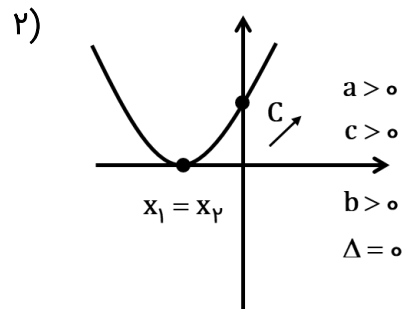
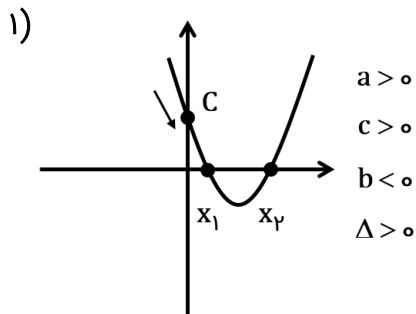
قدم دوم: $b \rightarrow$ (از چپ به راست نزدیک شو) $\rightarrow s_x = \frac{-b}{2a}$

قدم سوم: $c \rightarrow$ (روی محور y ها)

قدم چهارم $\rightarrow \Delta (\Delta > 0, \Delta = 0, \Delta < 0)$

بدون ریشه \rightarrow $\Delta < 0$
 ۱ ریشه \rightarrow $\Delta = 0$
 ۲ ریشه \rightarrow $\Delta > 0$

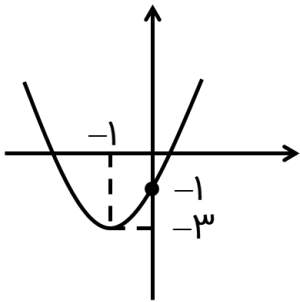
مثال: در توابع زیر علامت a و b و c و Δ را مشخص نمایید.



تابع درجه دوم (روش انتقال):

اگر در تابع درجه دوم نقطه رأس سهمی $S \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$ مشخص با شیب برابر رسم تابع از رابطه $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ استفاده می‌شود.

مثال ۲: معادله تابع روبرو را بنویسید.

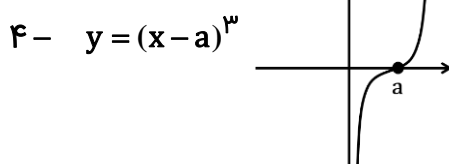
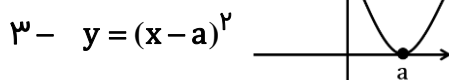
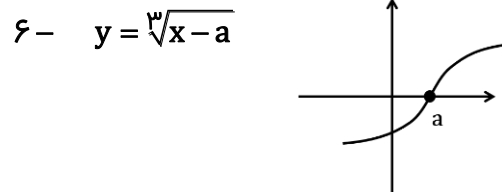
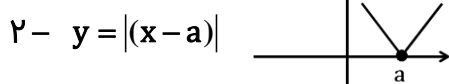
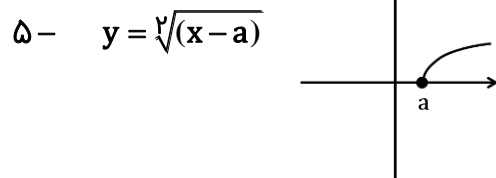
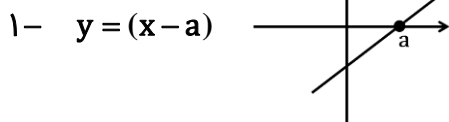


حل : $S \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -3 \end{cases} \rightarrow y = a(x + 1)^2 - 3$

برای بدست آوردن α نقطه $A \begin{cases} \circ \\ -1 \end{cases}$ را در تابع قرار می‌دهیم:

$$A \begin{cases} \circ \\ -1 \end{cases} \rightarrow -1 = a(0 + 1)^2 - 3 \rightarrow -1 = a - 3 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

۳) روش رسم به صورت کلی (قسمت اول)



تذکر: در رسم $(x-a)^n$ از بالا به پایین به تابع اصلی فشار وارد می‌کنیم و در رسم $\sqrt[n]{(x-a)}$ از چپ و راست به تابع اصلی فشار وارد می‌کنیم.

۴) روش رسم به صورت کلی (قسمت دوم) (انتقال و قرینه‌سازی)

$y = f(x)$	$y = f(-x)$	$y = f(x-a)$ a واحد راست	$y = f(x+a)$ a واحد چپ	$y = f(x) + a$ a واحد بالا	$y = f(x) - a$ a واحد پایین	$-f(x)$ قرینه نسبت به محور X ها
		برد ثابت	برد ثابت	دامنه ثابت	دامنه ثابت	دامنه ثابت

۵) روش رسم به صورت کلی (قسمت سوم) (انبساط و انقباض)

$y = f(x)$	$y = f(kx)$ $K > 0$ طول نقاط بر K تقسیم می‌شود	$y = kf(x)$ $K > 0$ عرض نقاط K برابر می‌شود
	$Kx \in D_f \rightarrow x \in \frac{1}{K} D_f$	

نکته مهم ۱: در رسم نمودار $y = f(kx)$ اگر $K < 0$ باشد، پس از تقسیم طول‌ها بر $|K|$ ، نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.

نکته مهم ۲: در رسم نمودار $y = Kf(x)$ اگر $K < 0$ باشد، پس از ضرب عرض‌ها در $|K|$ ، نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

۶) رسم نمودار $f(ax+b)$ از روی نمودار $y = f(x)$

ابتدا با توجه به علامت b ، نمودار به اندازه b واحد به سمت چپ یا راست منتقل کنیم سپس طول تمام نقاط را بر a تقسیم می‌کنیم.

تذکر: اگر ضریب a منفی بود، ابتدا نمودار رو نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم سپس طول نقاط رو بر قدر مطلق a تقسیم می‌کنیم.

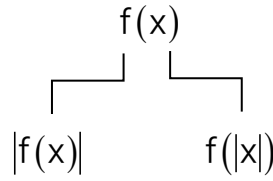
۷) رسم نمودار $y = f(x)$ از روی نمودار $y = f(ax + b)$

بهترین روش در اینجا این است که تمام تغییرات روی x ها را عیناً پیاده سازی کنیم.

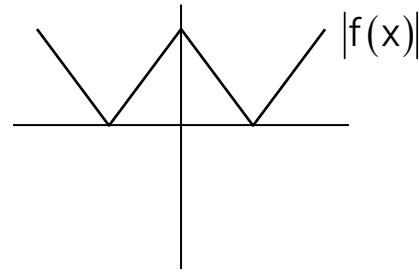
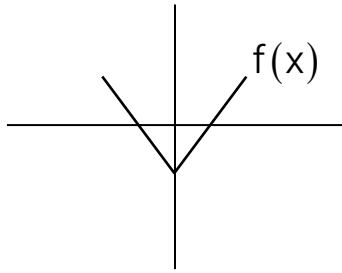
نکته مهم:

عنوان	فرم ضابطه	شکل‌ها
ریشه ساده	$(x-a) \cdot f(x)$	
ریشه مضاعف	$(x-a)^{2k} \cdot f(x)$	
ریشه مکرر فرد	$(x-a)^{2k+1} \cdot f(x)$	
نقطه گوشه	$ x-a \cdot f(x)$	
عطف قائم	$\sqrt[فرد]{(x-a)} \cdot f(x)$	
بازگشت	$\sqrt[زوج]{(x-a)} \cdot f(x)$	

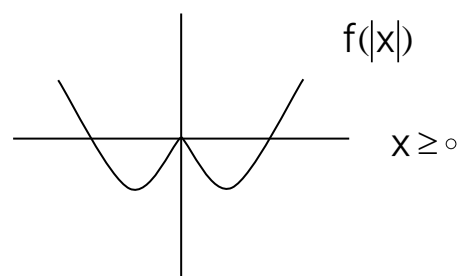
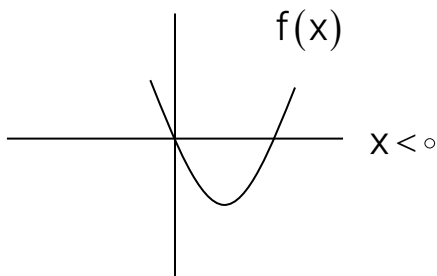
رسم توابع قدرمطلق:



۱) $y = |f(x)| \rightarrow \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$ محور یها -
محور یها +



۲) $f(|x|) \rightarrow \begin{cases} f(x) & x \geq 0 \\ f(-x) & x < 0 \end{cases}$

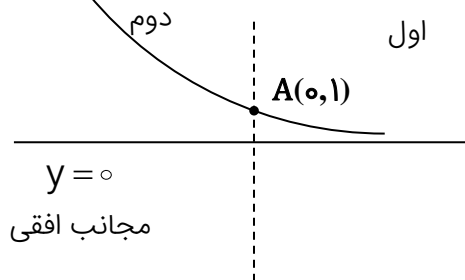


قسمتهایی از تابع که در Xهای منفی هستند در صورت وجود حذف و قرینه قسمت (Xهای +) را نسبت به محور یها رسم می‌کنیم.

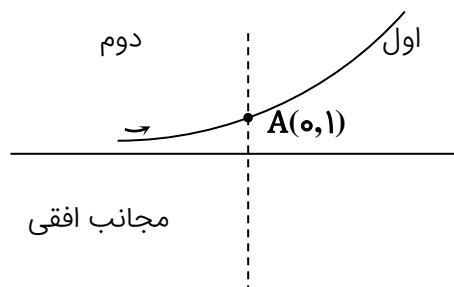
۹) رسم توابع نمایی و لگاریتمی

$y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$

$0 < a < 1$ (نزولی)



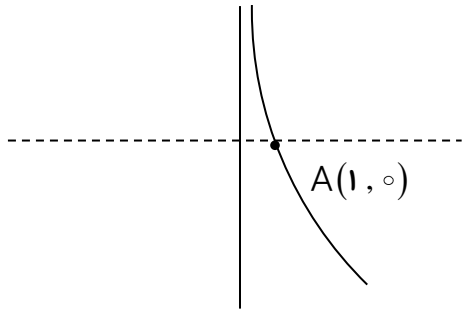
صعودی $a > 1$



$a > 1$



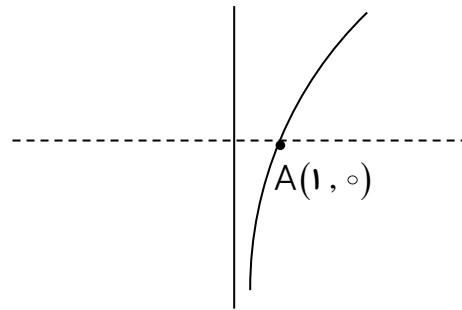
$$y = \log_a^x \quad D = \begin{cases} x > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$$



$x = 0$ مجانب قائم

$$0 < a < 1$$

$$y = \log_a^x \quad D = \begin{cases} x > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$$



$x = 0$ مجانب قائم

$$a > 1$$

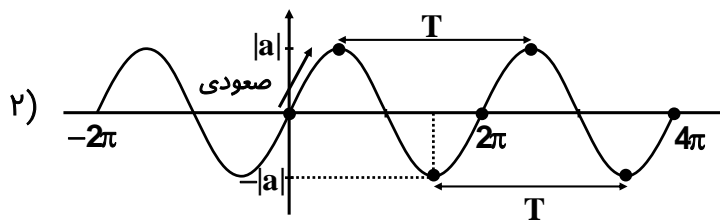
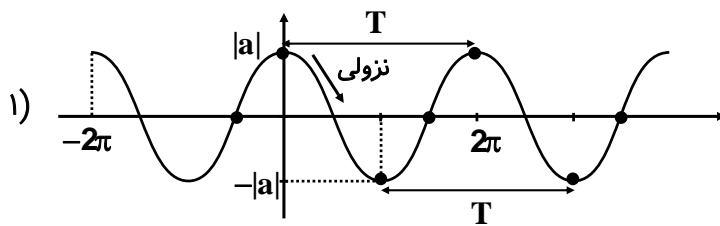
تابع متناوب

تابع f را متناوب گوئیم هر گاه هر عدد حقیقی چون T وجود داشته باشد به طوری که برای هر x در دامنه تابع $f(x+T) = f(x)$ ، f باشد عدد T را تناوب تابع f می‌نامند و کوچکترین مقدار مثبت T را در صورت وجود دوره تناوب تابع f می‌نامند.

مثال:

نکته ۱: فاصله بین Min^2 یا Max^2 برابر یک دوره تناوب است. $\sin(x \pm 2k\pi) = \sin x$

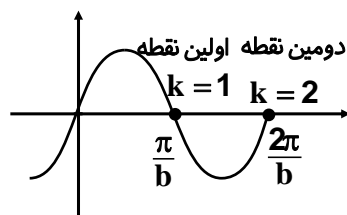
نکته ۲: فاصله بین Max و یک Min تناوب، $\frac{T}{2}$ است. $\cos(x \pm 2k\pi) = \cos x$



$$y = a \sin bx$$

$$y = a \cos bx$$

نکته ۳: طول محل تلاقی تابع با محور $\cos x$ $\frac{k\pi}{b}$ است.



$$y = a \sin (bx + c) + d \rightarrow \text{عدد تنها} + d$$

دامنه

نکات مهم دیگر:

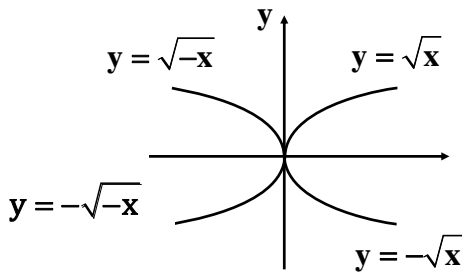
$$\text{Max} = |a| + d$$

$$\text{Min} = -|a| + d$$

مقدار میانگین Max و Min است. $d =$

نکته ۱: اگر a منفی شود نمودار نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.

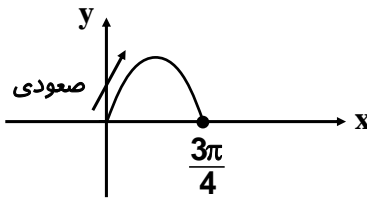
نکته ۲: اگر b منفی شود نمودار نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.



مثال: قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \sin Kx$ به صورت زیر است K کدام است.

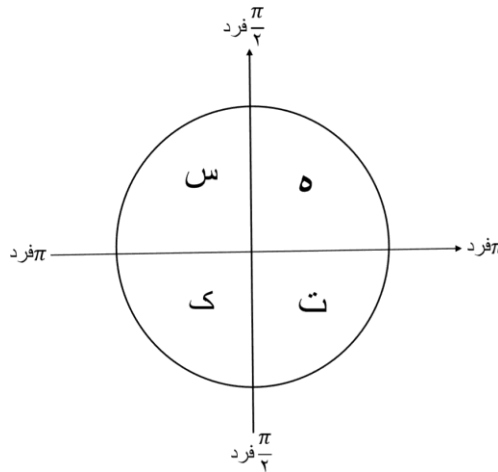
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

نکته: شکل نصف دوره تناوب تابع \sin است.



$$T = \frac{2\pi}{|k|} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}} \left(\frac{\cancel{2}\pi}{|k|} \right) = \frac{3\pi}{4} \rightarrow |k| = \frac{4}{3} \rightarrow K = \pm \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{K = \frac{4}{3}}$$

نکته: یادآوری

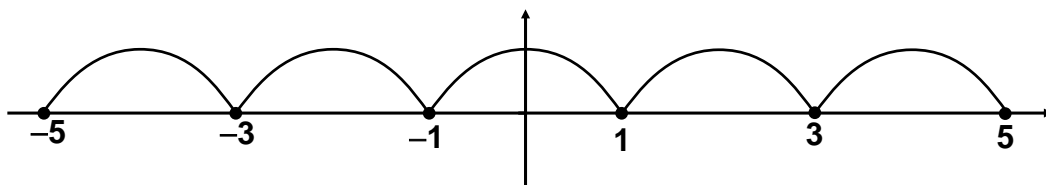
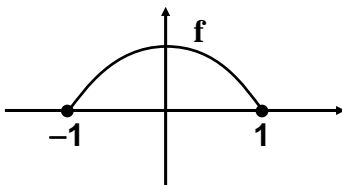


$$\cos x = \cos(2\pi + x) = \cos(4\pi + x) = \cos(6\pi + x) = \cos(\text{زوج } \pi + x)$$

$$\sin x = \sin(2\pi + x) = \sin(4\pi + x) = \sin(6\pi + x) = \sin(\text{زوج } \pi + x)$$

یعنی 2π و 4π و 6π ... دوره تناوب ما هستند اما کوچکترین آنها 2π $T = 2\pi$

مثال: اگر f تابعی متناوب باشد با دوره تناوب $T = 2$



نکته مهم: دوره تناوب

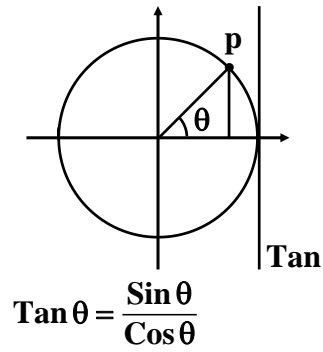
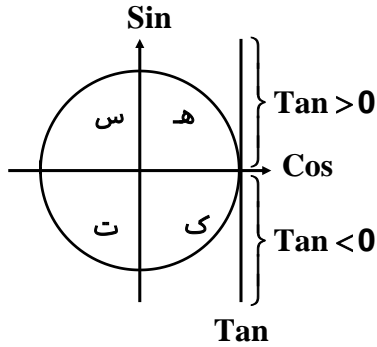
$$y = a\sin(bx+c)+d \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \text{ضریب } x$$

$$y = a\cos(bx+c)+d \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \text{ضریب } x$$

نکته مهم:

$$y = a \tan(bx + c) + d \rightarrow T = \frac{\pi}{|b|} \quad \text{ضریب } x$$

$$y = a \cot(bx + c) + d$$

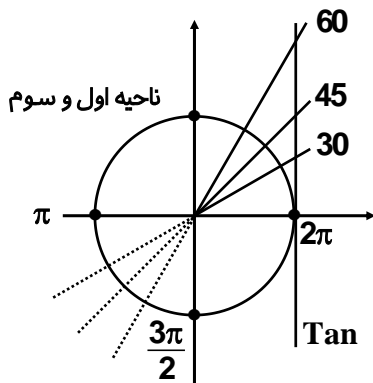


نکته:

$$D = \mathbb{R} - \{\cos x = 0\} \rightarrow D = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq ka + \frac{\pi}{2}\}$$

برد $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

نکته $\tan(\pi + x) = \tan x \quad T = \pi$

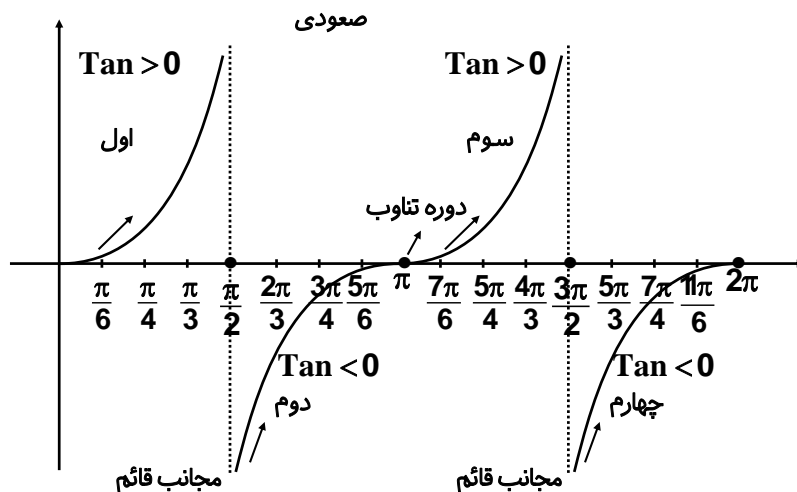


$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \quad \text{ه}$$

$$\tan > 0$$

$$\pi < \text{سوم} < 3\pi \quad \text{ت}$$

$$\tan > 0$$

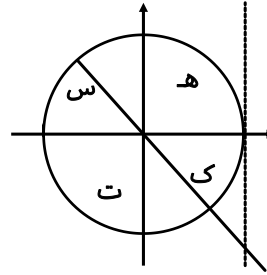


جایی که مخرج صفر است

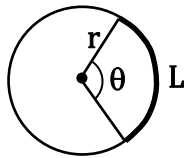
$$\text{حدی: Tan } \frac{\pi}{2} = \frac{\text{Sin } \frac{\pi}{2}}{\text{Cos } \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0} = +\infty \text{ اول } < \frac{\pi}{2}$$

جایی که مخرج صفر است

$$\text{حدی: Tan } \frac{3\pi}{2} = \frac{\text{Sin } \frac{3\pi}{2}}{\text{Cos } \frac{3\pi}{2}} = \frac{-1}{0} = -\infty \text{ اول } < \frac{\pi}{2}$$

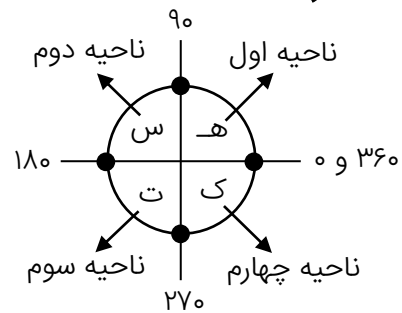


نکات مثلثات



شعاع
↑
 $L = r \times \theta \rightarrow$ زاویه برحسب رادیان
↓
طول کمان

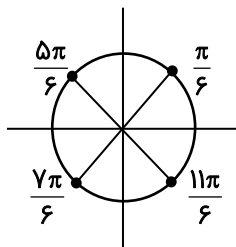
۲- شناخت دایره



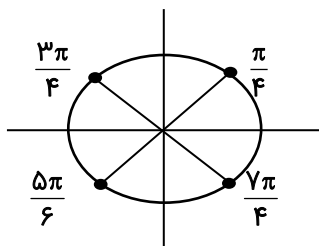
ت = tan و cot مثبت
ک = cos مثبت

ه = همه مثبت
س = sin مثبت

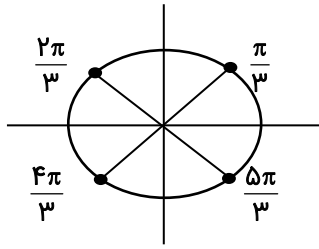
۳- زاویه‌های مهم در مثلثات



دایره برحسب ۳۰ درجه $(\frac{\pi}{6})$



دایره برحسب ۴۵ درجه $(\frac{\pi}{4})$



دایره برحسب ۶۰ درجه $(\frac{\pi}{3})$



روابط مثلثاتی

بسته ۱

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

بسته ۲

$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

بسته ۳

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \pm \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

بسته ۴

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

بسته ۵

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

بسته ۶

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{یادآوری})$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{یادآوری})$$



بسته ۷

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$$

بسته ۸

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{2}{4} \sin^2 2\alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{2}{4} \sin^2 2\alpha$$

بسته ۹

$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$$

بسته ۱۰

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

حل معادلات مثلثاتی (عقره‌های n سر)

$$① \quad \sin x = \sin \alpha \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

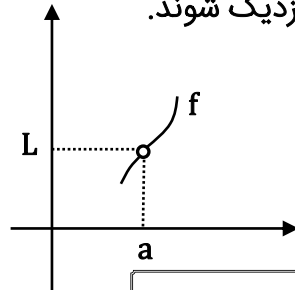
$$② \quad \cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$③ \quad \tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha$$

فصل سوم: حد و پیوستگی

تعریف حد: تابع f در $x=a$ دارای حد L است هرگاه وقتی از روی نمودار f به عدد حقیقی a نزدیک می‌شویم، مقادیر f به عدد حقیقی و منحصر به فرد L نزدیک شوند.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L \end{cases}$$



محاسبه حد از روی ضابطه

برای محاسبه حد $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ اول باید ضابطه‌ی f را تا حد ممکن ساده کنیم حتماً باید قدرمطلق و براکت (جزء صحیح) را برداریم و در توابع چندضابطه‌ای باید معلوم کنیم که از کدام ضابطه استفاده می‌کنیم.

رفع ابهام $\frac{0}{0}$ جبری (هوپیتال)

اگر حد به صورت $\frac{0}{0}$ رسید می‌توانیم از رفع ابهام Hop استفاده کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

حالا اگر در حد جدید $x=a$ را قرار دادیم و باز هم $\frac{0}{0}$ شده می‌توانیم دوباره Hop بزنیم.

نکته: هوپیتال در دو جا عمل نمی‌کند.

۱- اگر عبارت زیر رادیکال صفر شود \leftarrow باید رادیکال را از بین ببریم.

مثال:

$$1) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

$$2) \sqrt{1 + \cos x} = \sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{2} \right|$$

۲- اگر چند عبارت در هم ضرب شوند که حد همگی صفر باشد \leftarrow باید حدها را به چند قسمت تفکیک کرده یا کسر را ساده کرد.

رفع ابهام $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (ویژه مطالعه)

اگر f یا g شامل توابع مثلثاتی باشند و حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ درآمد به یکی از دو روش ابهام را انجام داده و حاصل حد را می‌یابیم.
 ۱- هم‌ارزی (بدل)

	هم‌ارزی اولیه	هم‌ارزی ثانویه
$\sin x$	x	$x - \frac{x^3}{3!} \rightarrow x - \frac{x^3}{3!} = x - \frac{x^3}{6}$
$\tan x$	x	$x + \frac{x^3}{3}$

$$x^3 - x^2 - 2x \sim -2x$$

$x \rightarrow 0$ کم‌توان

$$\sin \text{ ☁ } \approx \text{ ☁ }$$

$$\tan \text{ ☁ } \approx \text{ ☁ }$$

$$1 - \cos \text{ ☁ } \approx \frac{\text{ ☁ }^2}{2!}$$

* ☁ = بسته = یا هر عبارتی که به سمت صفر میل کند.

$$\cos^m \text{ ☁ } \approx 1 - m \left(\frac{\text{ ☁ }^2}{2} \right)$$

هم‌ارزی برنولی $\rightarrow (1+x)^n \sim 1+nx$

$$\tan \text{ ☁ } - \sin \text{ ☁ } \sim \frac{\text{ ☁ }^3}{2}$$

۲- استفاده از روش Hop



قضیه فشردگی (ویژه مطالعه)

اگر به ازای هر x از بازه‌ی شامل a داشته باشیم $g(x) < f(x) < k(x)$ و حد توابع k و g در $x = a$ با هم مساوی و برابر عدد حقیقی L باشند آنگاه حد تابع f در $x = a$ برابر L است.

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} k(x) = L$$

حد بی‌نهایت

در این نوع حدها که معمولاً حد توابع کسری هستند به این حالت‌ها برخورد می‌کنیم.

$$۱) \frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty \quad ۳) \frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$۲) \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty \quad \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

حد در بی‌نهایت و رفع ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ (بنا)

$$۱) \lim \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + c}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots} \xrightarrow{\text{قضیه پرتوان}} \begin{cases} 0 & m > n \\ \frac{a}{a'} & m = n \\ \infty & m < n \end{cases}$$

(۱) قضیه پرتوان‌ها:

(۲) رفع ابهام $(\infty - \infty)$:

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} \approx \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{an} \right) \quad x \rightarrow \pm\infty$$

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| \quad (\text{فرجه‌های زوج قدر مطلق دارد}) \quad x \rightarrow \pm\infty$$

$$\sqrt[3]{ax^3 + bx^2 + cx + d} = \sqrt[3]{a} \left(x + \frac{b}{3a} \right) \quad x \rightarrow \pm\infty$$

(۳) حد توابع جزء صحیح:

$$\left[\text{cloud} \right] \sim \text{cloud}$$

$$\text{cloud} \rightarrow \pm\infty$$



پیوستگی

۱- پیوستگی در یک نقطه: تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است هرگاه داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ یعنی حد تابع در نقطه $x = a$ با مقدار تابع در آن نقطه برابر باشد. اگر تابعی در تمام نقاط دامنه‌ی خود پیوسته باشد آن را تابعی پیوسته می‌گوییم.

۲- پیوستگی در یک بازه: در این سوال‌ها وظیفه ما بررسی پیوستگی در نقاط شکستگی دامنه f است و به سایر نقاط دامنه کاری نداریم.

$$f(x) = \begin{cases} \triangle & x \geq a \\ \bigcirc & x < a \end{cases} \Rightarrow x = a \text{ بررسی در نقطه}$$

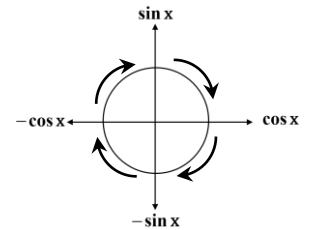
نکته: بنابراین هرگاه تابعی روی یک بازه تعریف شده باشد و در یک نقطه از دامنه خود حداقل یکی از دو شرط (حد داشتن و برابری حد با مقدار) را نداشته باشد پیوسته نیست.



مشتق (فصل سوم)

۱- فرمول‌های مشتق‌گیری: = هر عبارت

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
عدد ثابت	۰	\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x	۱	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$
Kx^n	Kx^{n-1}	$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$	$\frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1}$
Kx^n	$K \cdot n \cdot x^{n-1}$	$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$	$\frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1}$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - g'f}{g^2}$	$\sin x$	$\cos x$
$f \times g$	$f'g + g'f$	$\sin^m x$	$m \sin^{m-1} x \times \cos x$
$f \pm g$	$f' \pm g'$	$\cos x$	$-\sin x$
		$\cos^m x$	$-m \cos^{m-1} x \times \sin x$



چند مشتق پرکاربرد:

$f(x)$	$f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

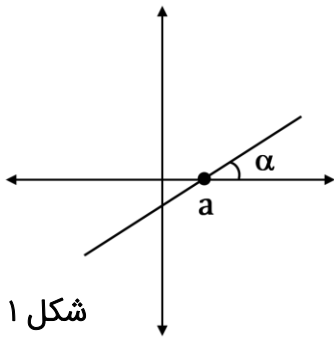
f	f'
$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

تعریف حدی مشتق:

$$1) f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

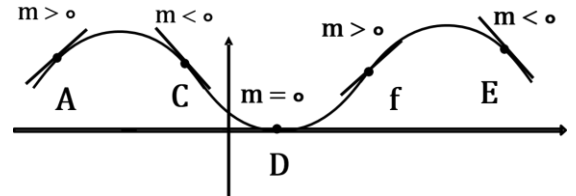
$$2) f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (\Delta x \text{ یا } h \text{ استفاده می‌شود})$$

نکته: شیب خط مماس بر منحنی در $x = a$



شکل ۱

$$\text{شیب خط} = m = \tan \alpha = f'(a)$$



شکل ۲

نکته: ۲_ تعریف حدی مشتق مهم

$$f'(x) : \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}, \quad f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$1) f(x) = h(x) \cdot g(x) \rightarrow f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{h(a + \Delta x)g(a + \Delta x) - h(a)g(a)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x)g(x) - h(a)g(a)}{x - a}$$

$$2) f(x) = \frac{h(x)}{g(x)} \rightarrow f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{h(a + \Delta x)}{g(a + \Delta x)} - \frac{h(a)}{g(a)}}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{h(x)}{g(x)} - \frac{h(a)}{g(a)}}{x - a}$$

نکته: عامل صفرشونده در مشتق‌گیری: (مشتق در ریشه)

در هنگام مشتق‌گیری (معمولاً عبارتهای طولانی) اگر مشتق تابع را در نقطه $x = a$ از ما بخواهند، اگر تابع در نقطه $x = a$ صفر شود از این روش استفاده می‌کنیم.

(مقدار تابع در نقطه $x = a$) مشتق عامل صفرشونده

مثال: اگر $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt[3]{x^2} - 7x$ باشد مقدار $f'(-1) = ?$

$$f(-1) = (x^2 - x - 2) = \overset{+1}{(-1)^2} - \overset{+}{(-1)} - 2 = 0 \text{ (عامل صفرشونده)}$$

$$f'(-1) = (2x - 1) \times \sqrt[3]{(-1)^2} - 7(-1) \rightarrow -3 \times 2 = -6$$

مشتق عامل صفرشونده مقدار تابع در نقطه $x = -1$

چند نکته مهم در مشتق‌گیری

- ۱- اگر قدرمطلق و براکت در تابع وجود داشت اول تکلیف آن‌ها را مشخص کنید و سپس مشتق بگیرید.
- ۲- تا آنجائی که می‌توان ابتدا تابع را ساده می‌کنیم و سپس مشتق می‌گیریم مخصوصاً در توابع مثلثاتی

مشتق تابع مرکب

اگر y تابعی از u و u تابعی از x باشد آن‌گاه مشتق y نسبت به x را از فرمول زیر به دست می‌آوریم.

$$* y = f(u), u = g(x) \rightarrow y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$* (f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' \rightarrow g'(x) \times f'(g(x))$$

تعریف حدی مشتق

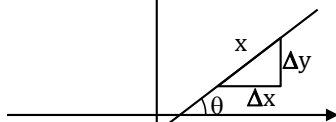
مشتق تابع $y = f(x)$ را در $x = a$ به یکی از صورت‌های زیر تعریف می‌کنند:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{یا} \quad f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

تعریف مشتق چپ و راست.

$$\text{مشتق چپ} \quad f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

مشتق راست $+\sin x$



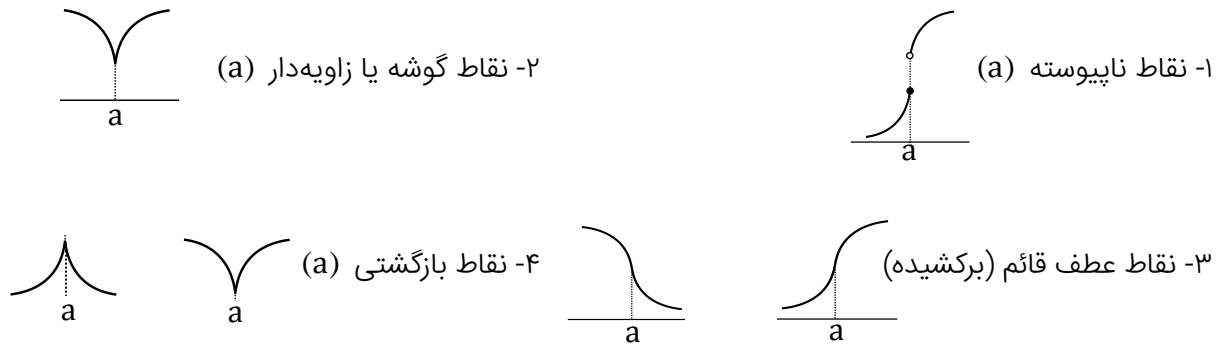
نکته: تعبیر هندسی مشتق: شیب خط مماس در نقطه مورد نظر است.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(a) = \tan \theta$$

نکته: شرایط مشتق‌پذیری (نگاه ساده) تابعی در نقطه a مشتق‌پذیر است که ۴ مرحله ساختمان روبرو را طی کند.

۴	مشتق
۳	مماس‌پذیری
۲	پیوستگی
۱	حد

چند چهره معروف مشتق‌ناپذیری (نمودارشناسی)



آهنگ تغییر تابع

۱- آهنگ تغییر متوسط $[a, b]$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

۲- آهنگ آنی: (لحظه‌ای) = مشتق تابع در آن نقطه (لحظه)

نکته: اگر f تابع درجه دوم (سه‌می) باشد آهنگ متوسط در بازه $[a, b]$ با آهنگ لحظه‌ای در $x = \frac{a+b}{2}$ برابر است.

معادله خط مماس و خط قائم

۱- معادله خط مماس و قائم بر منحنی از نقطه A روی منحنی

مماس $m = f'(x_A)$

قائم $m = \frac{-1}{f'(x_A)}$

مماس $\Rightarrow y - y_A = f'(x_A)(x - x_A)$

قائم $\Rightarrow y - y_A = \frac{-1}{f'(x_A)}(x - x_A)$



۱- اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند. دامنه‌ی تعریف تابع $g \circ f$ کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۶

(۱) $[0, 1]$ یادآوری (۲) $\{0\}$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

۲- تابع $y = |x-2|$ با ضابطه‌ی $y = x|x-2|$ ، در یک بازه، نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه، کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۴

(۱) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1+x}; x < 0$
 (۲) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1-x}; x < 1$
 (۳) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$
 (۴) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$

۳- اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ ، از دو نقطه‌ی $A(-\frac{1}{p}, \frac{1}{p})$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۳

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ، با دامنه‌ی $\mathbb{R} - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

خارج از کشور - ۱۳۹۶

(۱) $-1, -4$ (۲) $-1, 4$
 (۳) $1, -4$ (۴) $1, 4$

سراسری - ۱۳۹۷

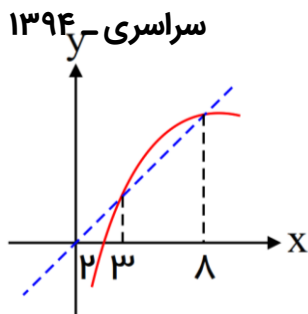
۵- اگر $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ باشد، ضابطه‌ی $f(x)$ برابر کدام است؟

(۱) $x^2 - x + 3$ (۲) $x^2 - 2x - 1$
 (۳) $x^2 - 2x + 1$ (۴) $x^2 - x + 1$

یادداشت‌نامه

۶- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه‌ی تعریف تابع با

ضابطه‌ی $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟



(۱) $(0, 2]$

(۲) $[2, 3]$

(۳) $[2, 8]$

(۴) $[3, 8]$

۷- نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{4}x \right| - 2$ را، 4 واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم.

سراسری - ۱۳۹۳

نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع‌اند؟

(۱) $-3/5$

(۲) -3

(۳) $-2/5$

(۴) -2

۸- اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = x^2 + 2x + 1$ باشد حاصل $(f \circ g)(1 - \sqrt{2}) - (g \circ f)(1 - \sqrt{2})$ ، کدام است؟ سراسری - ۱۳۸۹

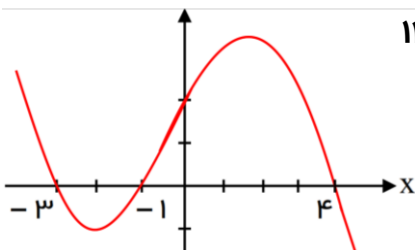
(۱) 4

(۲) $4(\sqrt{2} - 1)$

(۳) $4(1 - \sqrt{2})$

(۴) $4\sqrt{2}$

۹- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است: دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



(۱) $[-1, 1] \cup [0, 6]$

(۲) $[-3, 1] \cup [0, 2]$

(۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$

(۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$

یادداشت‌نامه



سراسری - ۱۳۹۱

۱۰- ضابطه‌ی وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \frac{1-|x|}{|x|}; |x| > 1 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1-|x|}; |x| < 1 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{|x|-1}{x}; |x| < 1 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{|x|-1}; |x| > 1 \quad (۳)$$

۱۱- دو تابع $f = \{(۲, ۵), (۶, ۳), (۳, ۷), (۴, ۱), (۱, ۹)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروض‌اند. اگر $f^{-1}(g(۲a)) = ۶$ باشد، a

سراسری - ۱۳۹۶

کدام است؟

$$\frac{۵}{۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۳)$$

$$\frac{۳}{۴} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

سراسری - ۱۳۹۶

۱۲- ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

$$f^{-1}(x) = x^2 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = -x^2 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = -x|x| \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = x|x| \quad (۳)$$

۱۳- اگر $g(x) = ۲x + ۱$ و $(fog)(x) = ۸x^2 + ۶x + ۵$ باشند، تابع $f(x)$ برابر کد

خارج از کشور - ۱۳۹۵

ام است؟

$$۲x^2 - ۲x + ۳ \quad (۲)$$

$$۲x^2 + ۳x + ۱ \quad (۱)$$

$$۲x^2 + x + ۳ \quad (۴)$$

$$۲x^2 - x + ۴ \quad (۳)$$

سراسری - ۱۳۹۸

۱۴- تابع با ضابطه $f(x) = |x+۲| + |x-۱|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

$$(۱, +\infty) \quad (۴)$$

$$(-۲, ۱) \quad (۳)$$

$$(-\infty, ۱) \quad (۲)$$

$$(-\infty, -۲) \quad (۱)$$

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱۵- تابع با ضابطه $f(x) = |x+۱| - |x-۲|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$$(۲, +\infty) \quad (۴)$$

$$(-۱, ۲) \quad (۳)$$

$$(-۱, +\infty) \quad (۲)$$

$$(-\infty, ۲) \quad (۱)$$

سراسری - ۱۳۹۲

۱۶- اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{۲x - x^2}$ ، $f(۳-x)$ کدام است؟

$$[۱, ۳] \quad (۴)$$

$$[۱, ۲] \quad (۳)$$

$$[۰, ۳] \quad (۲)$$

$$[۰, ۲] \quad (۱)$$

یادداشت‌نامه



۱۷- اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+2$ نمودارهای دو تابع f و $f \circ g$ ، با کدام طول متقاطع اند؟ سراسری - ۱۳۹۲

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۸- ضابطه‌ی معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟ سراسری - ۱۳۹۲

(۱) $f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 : x \leq 2$ (۲) $f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5 : x \leq 2$

(۳) $f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5 : x \geq 1$ (۴) $f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 5 : x \geq 1$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۸۹

(۱) $\frac{1}{1-x^2}$ (۲) $\frac{2x}{x^2-1}$ (۳) $\frac{2x+1}{1-x^2}$ (۴) $\frac{2x-1}{x^2-1}$

۲۰- اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ ، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸

(۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

۲۱- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ؛ $x \geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟ سراسری - ۱۳۹۸

سراسری - ۱۳۹۸

(۱) 12 (۲) 15 (۳) 18 (۴) 21

۲۲- اگر $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{x+2}$ باشند، ضابطه‌ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۶

(۱) x (۲) $-x$ (۳) $-x-1$ (۴) $x+1$

۲۳- رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به‌ازای کدام مقدار m ، یک تابع است؟ خارج از کشور - ۱۳۸۵

خارج از کشور - ۱۳۸۵

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 2 (۴) هیچ مقدار m

۲۴- دو تابع $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ و مفروض‌اند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ باشد، a کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۶

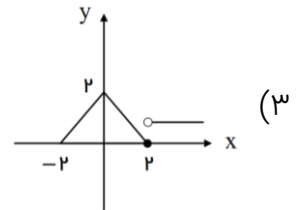
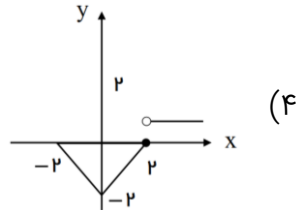
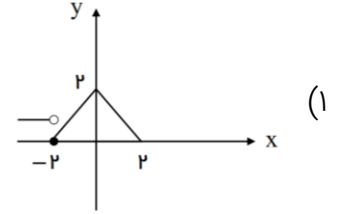
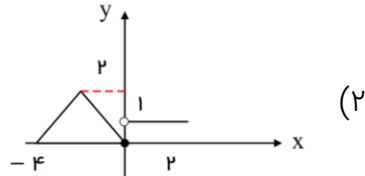
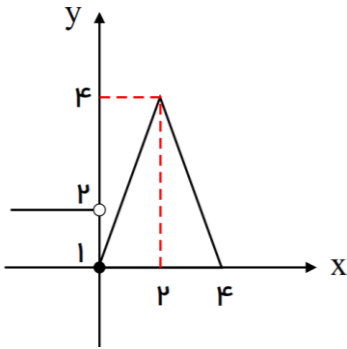
خارج از کشور - ۱۳۹۶

(۱) 2 (۲) 3 (۳) 6 (۴) 7

یادداشت‌نامه

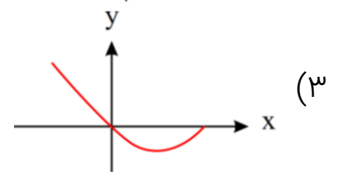
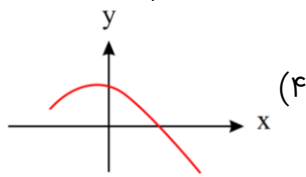
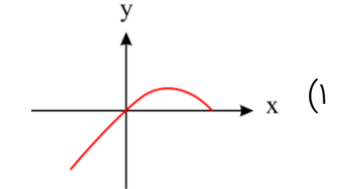
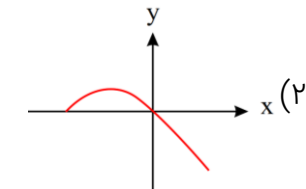
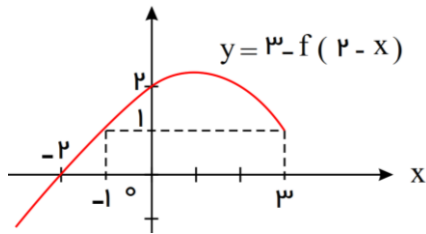
گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۲۵- شکل زیر نمودار تابع $y = 2f(x)$ است. نمودار تابع $y = f(2-x)$ کدام است؟



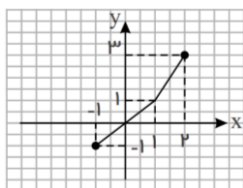
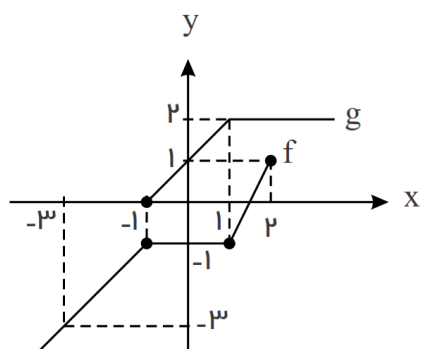
قلمچی - ۱۳۹۸

۲۶- با توجه به نمودار $y = 3 - f(2-x)$ ، نمودار تابع $y = 2 - f(x+3)$ کدام است؟

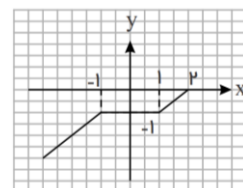


یادداشت‌نامه

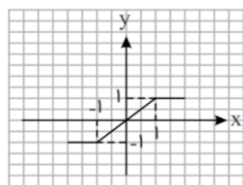
۲۷- نمودار دو تابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار $f + g$ در کدام گزینه آمده است؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۷



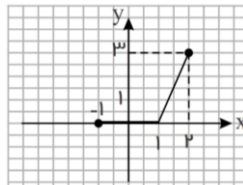
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

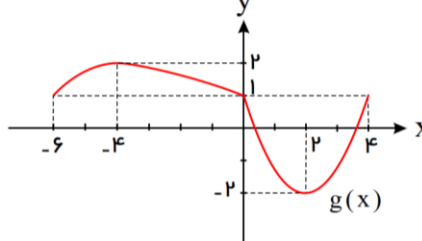
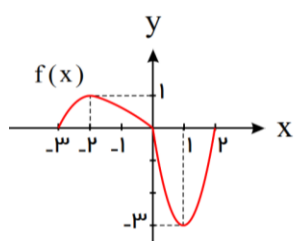
قلمچی - ۱۳۹۸

۲۸- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x+4}}$ و $g(x) = \frac{x^2-25}{\sqrt{x+4}}$ باشند، دامنه تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

- (۱) $(-4, +\infty) - \{5\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{-5, 5\}$ (۳) $(-4, +\infty)$ (۴) $(-4, +\infty) - \{-\frac{1}{2}\}$

قلمچی - ۱۳۹۸

۲۹- با توجه به نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ کدام رابطه صحیح است؟



(۱) $g(x) = f\left(\frac{x+2}{2}\right)$ (۲) $g(x) = f(2x) + 1$

(۳) $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ (۴) $g(x) = f(x+2) + 2$

قلمچی - ۱۳۹۸

۳۰- دامنه تابع $g(x) = f(2x-1)$ ، بازه $[-1, 3]$ است. دامنه تابع $h(x) = f(3x+2)$ کدام است؟

- (۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 8]$ (۳) $\left[-\frac{5}{3}, 2\right]$ (۴) $\left[-\frac{5}{3}, 1\right]$

قلمچی - ۱۳۹۸

۳۱- اگر $(f \circ g)(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x}$ باشد، ضابطه تابع $f + g$ کدام است؟ ($x \neq 0, 1$)

- (۱) $\frac{f}{x}$ (۲) $\frac{2}{x}$ (۳) $-\frac{f}{x}$ (۴) $-\frac{2}{x}$

یادداشت‌نامه



قلمچی - ۱۳۹۸

۳۲- در کدام گزینه، توابع f و g مساوی نیستند؟

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \\ g(x) = \sqrt{1-x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2} \\ g(x) = \frac{x}{|x|} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2} \\ g(x) = \frac{x^2}{x^3} \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (۳)$$

۳۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ از کدام ناحیه (نواحی) محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱) دوم (۲) دوم و چهارم (۳) چهارم (۴) از همه نواحی عبور می‌کند.

۳۴- تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + 4x + 3$ در کدام یک از بازه‌های زیر یک‌به‌یک است؟

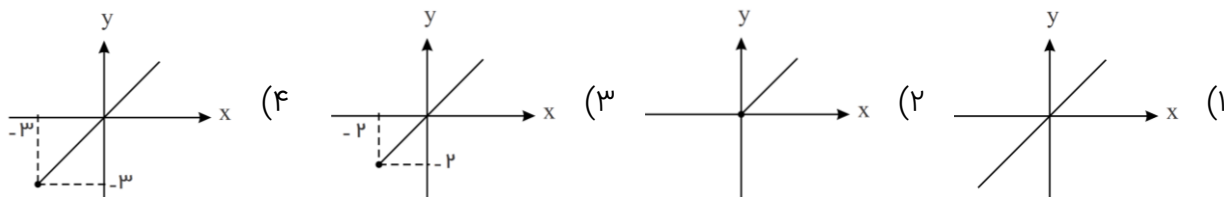
(۱) $(-3, -1)$ (۲) $(-2, 0)$ (۳) $(-4, 4)$ (۴) $(-3, 0)$

۳۵- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6}$ بازه $(-\infty, b]$ است. کدام $a + b$ است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۱ (۴) ۱

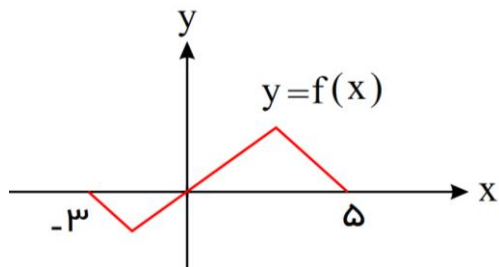
۳۶- اگر $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ ، نمودار $(f \circ f^{-1})(x)$ در کدام گزینه آمده است؟

گزینه ۲ - ۱۳۹۷



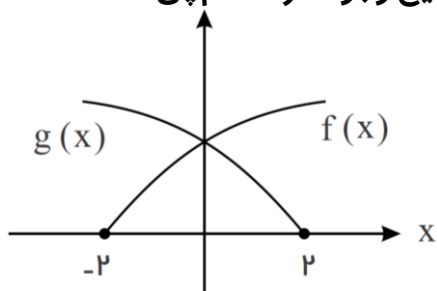
یادداشت‌نامه

۳۷- اگر شکل زیر تابع $y = f(x)$ را نشان دهد، دامنه تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{x f(-\frac{x}{3})}$ کدام است؟ قلمچی - ۱۳۹۸



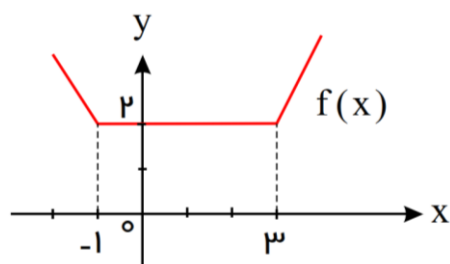
- (۱) $[-10, 6]$
- (۲) $[0, 6]$
- (۳) $\{-10, 0, 6\}$
- (۴) $\{0\}$

۳۸- نمودارهای f و g به صورت زیر است. در دامنه تابع $\frac{(f+g)(x)}{(f-g)(x)}$ چند مقدار صحیح وجود دارد؟ قلمچی - ۱۳۹۷



- (۱) بی شمار
- (۲) ۵
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۹- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگترین بازه‌ای که تابع $y = f(2+|x|)$ در آن صعودی باشد، کدام است؟ قلمچی - ۱۳۹۸



- (۱) $[-2, +\infty)$
- (۲) $[1, +\infty)$
- (۳) $[-1, +\infty)$
- (۴) $[-3, +\infty)$

یادداشت‌نامه



۴۰- اگر $f = \{(2, 3), (a, 4), (12, 1)\}$, $g(x) = x + \sqrt{x}$ باشد و $f \circ g = \{(1, 3), (4, 4), (b, 1)\}$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟
 قلمچی - ۱۳۹۸

- ۶ (۱)
 ۹ (۲)
 ۳ (۳)
 ۱۵ (۴)

۴۱- اگر $f(x)$ یک تابع خطی و $f(2) = 1$ و $f(3) = f(-3) + 4$ باشد، آن گاه نمودار تابع f محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟
 قلمچی - ۱۳۹۸

- $\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{1}{3}$ (۲)
 $-\frac{1}{2}$ (۳)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)

۴۲- کدام یک از توابع زیر در طول دامنه تعریف خود نزولی است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)
 قلمچی - ۱۳۹۸

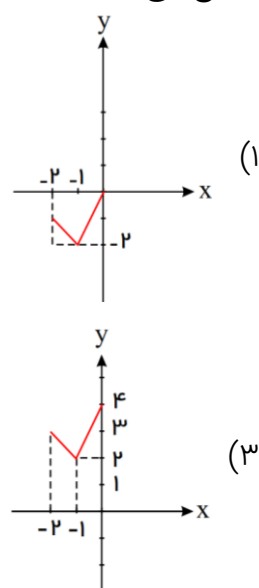
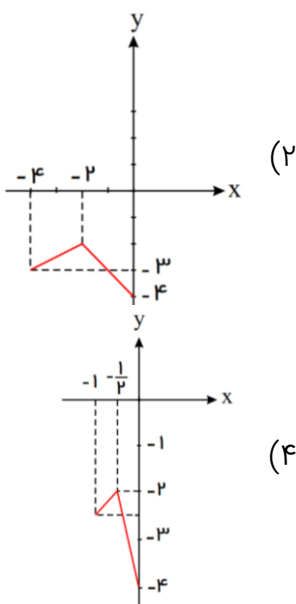
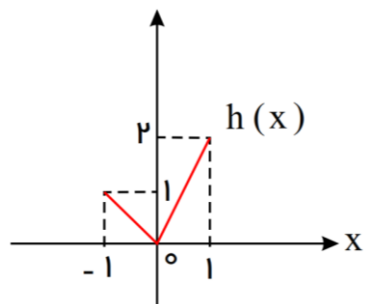
- $y = x + |x|$ (۱)
 $y = x - [x]$ (۲)
 $y = |x| + |x - 1|$ (۳)
 $y = x \left(\frac{1}{[x] + [-x]} \right)$ (۴)

۴۳- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = x^2 + 4x - 5$ با دامنه $\left| x + \frac{7}{p} \right| < \frac{3}{p}$ درست است؟
 قلمچی - ۱۳۹۸

(۱) مثبت است. (۲) نزولی است. (۳) صعودی است. (۴) غیریکنوا است.

یادداشت نامه

۴۴- نمودار تابع $h(x) = f(x-1) - 2$ مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه نمودار تابع $y = -f(\frac{x}{p})$ را به‌درستی نشان می‌دهد؟
 قلم‌چی - ۱۳۹۸



قلم‌چی - ۱۳۹۸

۴۵- به‌ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = (\frac{3m+1}{4})^x$ نزولی است؟

(۴) هیچ مقدار m

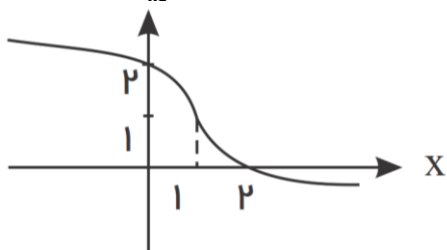
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۶- نمودار تابع $f(x)$ به‌صورت روبه‌رو می‌باشد. تعداد جواب‌های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ کدام است؟

گزینه ۲ - ۱۳۹۷



- ۱(۱)
- ۲(۲)
- ۳(۳)
- ۴(صفر)

یادداشت‌نامه

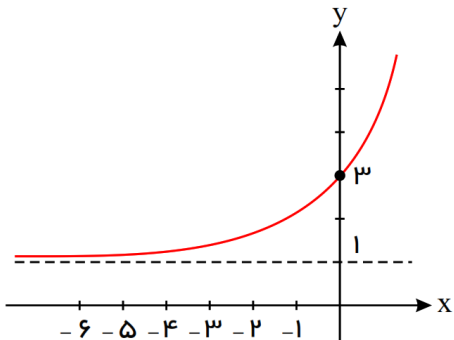


۴۷- توابع $f(x) = x^3 - 7$ و $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \geq 2 \\ \frac{x-1}{x+1} & ; x < 2 \end{cases}$ مفروض اند. معادله $(f \circ g)(x) = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

قلمچی - ۱۳۹۷

- ۱) (۲) صفر
- ۲) (۳) ۲

۴۸- شکل مقابل، مربوط به نمودار وارون تابع $f(x) = \log_p^{(x+a)} + b$ است. $a + b$ کدام است؟



قلمچی - ۱۳۹۸

- ۱) (۲) ۲
- ۲) (۲) -۲
- ۳) (۳) صفر
- ۴) (۴) -۱

۴۹- اگر $f = \{(-1, 3), (0, 2), (2, 1), (4, 0)\}$ و $g = \{(1, -2), (-2, 0), (3, -1), (0, 1)\}$ باشند و داشته باشیم:

قلمچی - ۱۳۹۸

$(g \circ f^{-1})(a) = 1$ ، آن گاه مقدار $(f \circ g)(-a)$ کدام است؟

- ۱) (۱) ۲
- ۲) (۳) ۳
- ۳) (۴) صفر

۵۰- برای رسم نمودار تابع $f(x) = \log_p(2x + 4)$ ، به ترتیب باید چه انتقال‌هایی را روی تابع $y = \log_p(x - 1)$ انجام

قلمچی - ۱۳۹۸

دهیم؟

- ۱) ۵ واحد در راستای افقی به چپ، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
- ۲) ۳ واحد در راستای افقی به چپ، ۱ واحد در راستای قائم به بالا
- ۳) ۵ واحد در راستای افقی به راست، ۲ واحد در راستای قائم به بالا
- ۴) ۳ واحد در راستای افقی به راست، ۱ واحد در راستای قائم به بالا

یادداشت‌نامه

قلمچی - ۱۳۹۸

۵۱- اگر $f(x) = \frac{1}{4}x - 8$ و $g(x) = x^3$ باشد، حاصل $(f \circ g)^{-1}(8) - (f^{-1} \circ g^{-1})(8)$ کدام است؟

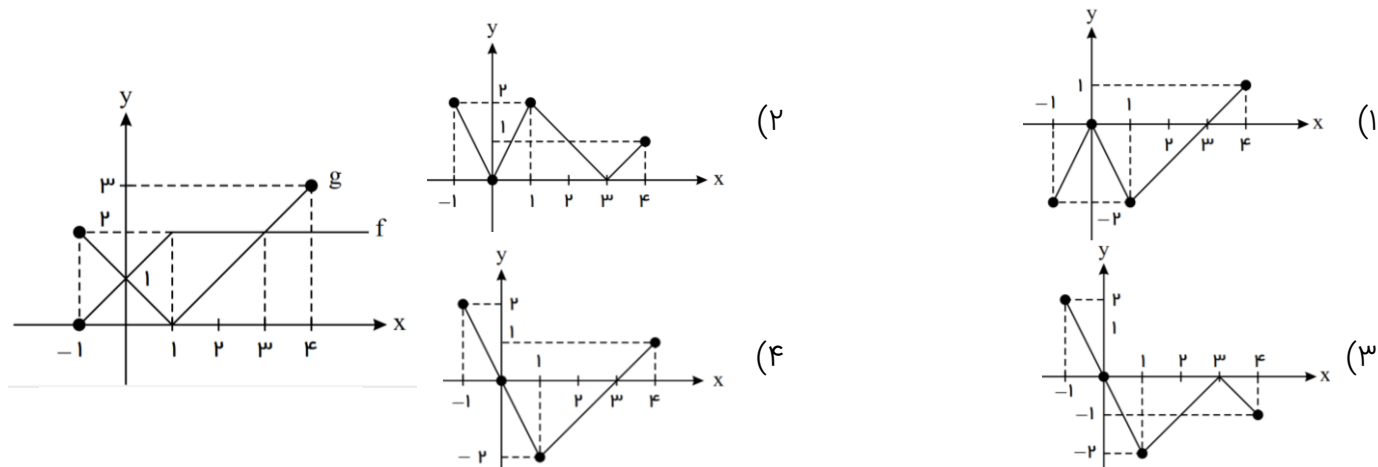
- (۱) صفر
(۲) -16
(۳) 36
(۴) -36

۵۲- اگر $f(x) = \frac{1}{2}(x + \sqrt{x^2 + 4})$ باشد، حاصل $f^{-1}(x) + f^{-1}(\frac{1}{x})$ کدام است؟

- (۱) $2x$
(۲) $\frac{2}{x}$
(۳) $x^2 - 1$
(۴) صفر

۵۳- نمودار تابع f و g در شکل زیر رسم شده‌اند. نمودار تابع $(g-f)(x)$ شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟

قلمچی - ۱۳۹۸



۵۴- اگر $(f \circ g)(x) = 3g(x) + 5$ و $(g \circ f)(x) = 9x^2 + 30x + 26$ باشند، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸

- (۱) x^2
(۲) $(x+1)^2$
(۳) $x^2 + 1$
(۴) $x^2 + 4$

یادداشت‌نامه



۵۵- اگر $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$ و $f - g = \{(1, -4), (3, 1)\}$ ، آن گاه تابع $h(x) = \frac{1}{g(x) - 8}$ شامل کدام عضو

قلمچی - ۱۳۹۸

است؟

(۲) $(3, \frac{-1}{5})$

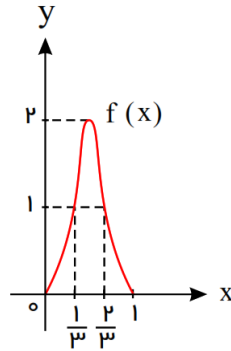
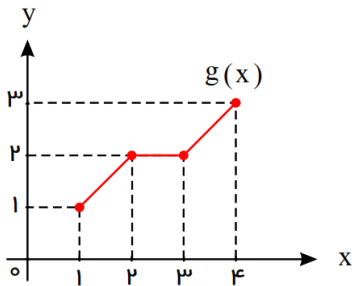
(۱) $(1, \frac{1}{8})$

(۴) $(1, -\frac{1}{8})$

(۳) $(3, \frac{1}{5})$

قلمچی - ۱۳۹۸

۵۶- اگر توابع f و g به شکل زیر باشند، دامنه تابع $(g \circ f)(x)$ کدام است؟



(۱) $[0, 1]$

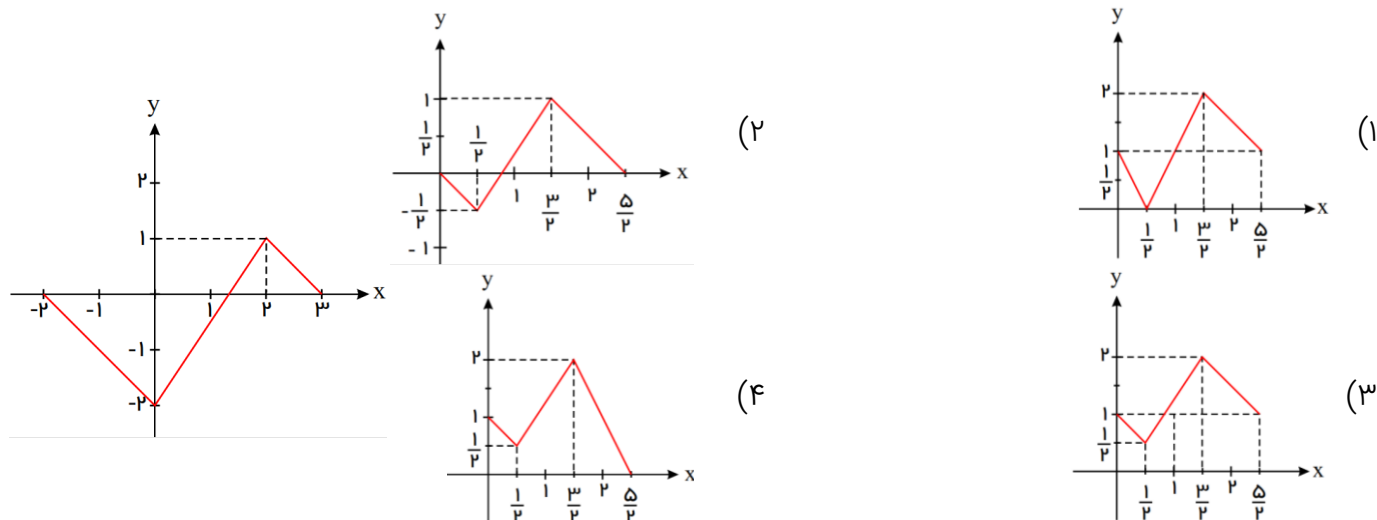
(۲) $[0, \frac{1}{3}]$

(۳) $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

(۴) $[\frac{2}{3}, 1]$

یادداشت‌نامه

۵۷- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{p}f(3-2x) + 1$ کدام است؟ قلمچی - ۱۳۹۸



۵۸- توابع $f(x) = 2x - |x|$ و $g(x) = x - |2x|$ از نظر یک به یک بودن به ترتیب از راست به چپ چگونه اند؟

قلمچی - ۱۳۹۸

- (۱) یک به یک - یک به یک
- (۲) یک به یک - غیر یک به یک
- (۳) غیر یک به یک - یک به یک
- (۴) غیر یک به یک - غیر یک به یک

۵۹- توابع $f = \{(0,1), (-1,2), (1,3), (3,4)\}$ و $g(x) = 1 + \frac{1}{p}\sqrt{x-1}$ مفروض اند. اگر $f^{-1} \circ g(a) = f(0)$ باشد، a کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸

- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۷
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۶۰- اگر تابع $f(x) = ax + 2$ با وارونش در بیش از یک نقطه تقاطع داشته باشند، مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) ۵
- (۴) -۵

یادداشت نامه

سراسری - ۱۳۹۶

۶۱- حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۶۲- اندازهی دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $8\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویهی 60° درجه متقاطع هستند.

خارج از کشور - ۱۳۹۶

مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۶۳- اگر $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $(\frac{1}{\sin x} - \sin x) \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

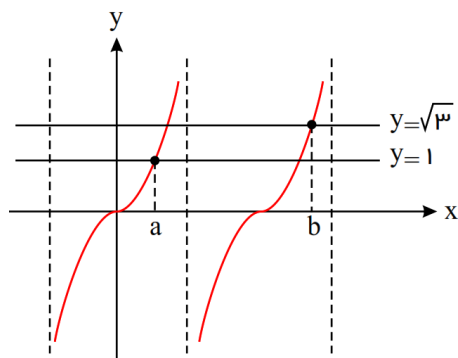
سراسری - ۱۳۹۸

۶۴- اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $(2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x) \sqrt{1 + \tan^2 x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۶۵- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \tan x$ را نشان می‌دهد. حاصل $b - a$ کدام است؟



(۱) $\frac{\pi}{12}$

(۲) $\frac{5\pi}{12}$

(۳) $\frac{7\pi}{12}$

(۴) $\frac{13\pi}{12}$

۶۶- مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{4} - x) = 0$ ، در بازهی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

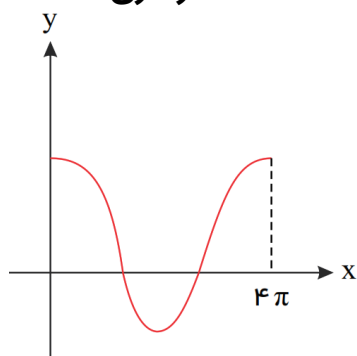
خارج از کشور - ۱۳۹۶

- (۱) $\frac{14\pi}{3}$ (۲) 4π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) 5π

یادداشت‌نامه

۶۷- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ای به طول $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام

سراسری - ۱۳۹۶

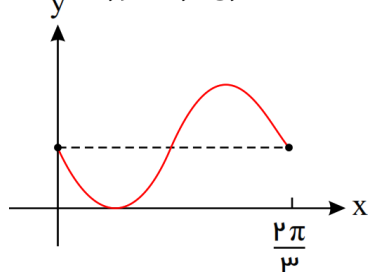


است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۶۸- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۶



- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) ۲

سراسری - ۱۳۹۶

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

۶۹- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$ ، کدام است؟

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

خارج از کشور - ۱۳۹۷

$$x = \frac{(2k+1)\pi}{5} \quad (۴)$$

۷۰- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ ، کدام است؟

$$x = k\pi + \frac{\pi}{5} \quad (۳) \quad x = \frac{2k\pi}{5} \quad (۲) \quad x = \frac{k\pi}{5} \quad (۱)$$

یادداشت‌نامه

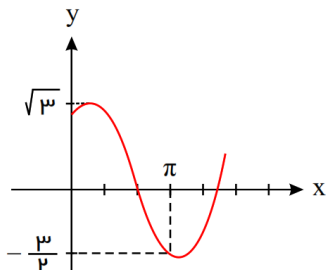
سراسری - ۱۳۹۸

۷۱- حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3})\cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4})\sin(\frac{-11\pi}{6})$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری - ۱۳۹۸

۷۲- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. b کدام است؟



- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)
 $\frac{3}{2}$ (۲)
 $\sqrt{3}$ (۳)
 ۲ (۴)

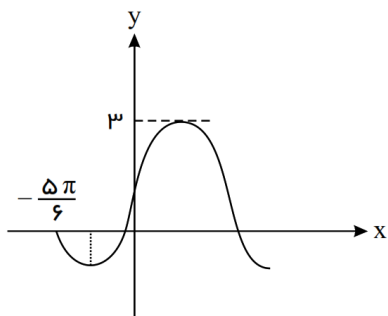
سراسری - ۱۳۹۸

۷۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $4\sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- 5π (۴) 4π (۳) 3π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۱)

۷۴- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\cos(\frac{\pi}{2} - x)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸



- $1/5$ (۱)
 ۲ (۲)
 $2/5$ (۳)
 $1 + \sqrt{3}$ (۴)

یادداشت‌نامه



۷۵- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)
 $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)
 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ (۱)

۷۶- معادله $\sin x(\tan x + \cot x) = 1$ چند جواب حقیقی در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟ قلمچی - ۱۳۹۸

۱ (صفر) ۲ (۳)
 ۱ (۲) ۴ (۴)

۷۷- به ازای کدام مقدار x تساوی $\cos(\frac{\pi}{6} - x) + \cos(3x + \frac{\pi}{12}) = 0$ برقرار است؟ قلمچی - ۱۳۹۸

$\frac{3\pi}{16}$ (۲) $\frac{3\pi}{8}$ (۱)
 $\frac{\pi}{16}$ (۴) $\frac{\pi}{8}$ (۳)

۷۸- جواب کلی معادله $\sin x(1 + \sin x) = \cos^2 x$ کدام است؟ قلمچی - ۱۳۹۷

$x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ (۲) $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۱)
 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۳)

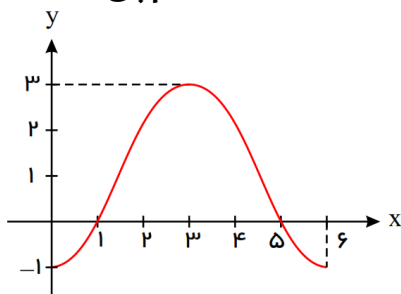
۷۹- از معادله $\cos^2 x - \cos^2 3x = \frac{1}{3}$ چند جواب برای x در فاصله $(0, 2\pi)$ به دست می آید؟ قلمچی - ۱۳۹۸

۵ (۲) ۶ (۱)
 ۳ (۴) ۴ (۳)

یادداشت‌نامه

۸۰- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = a + 2\sin(\pi(bx - \frac{1}{p}))$ به صورت زیر باشد، حاصل $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸



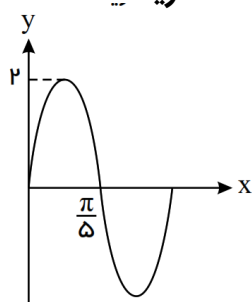
(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

گزینه ۲ - ۱۳۹۷



۸۱- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = a \sin bx$ است، $|ab|$ کدام است؟

(۱) ۵

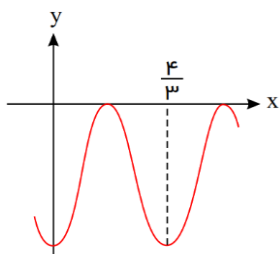
(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۲۵

۸۲- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = -2 + a \cos \pi(1 + bx)$ است. در این صورت ab کدام می‌تواند

قلم‌چی - ۱۳۹۷



باشد؟ ($a > 0$)

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۳

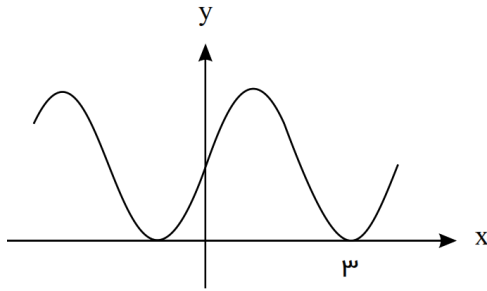
(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) ۵

یادداشت‌نامه

قلم‌چی - ۱۳۹۷

۸۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \sin(b\pi x)$ به صورت زیر است. $a + b$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

۸۴- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $(7\sin x - 8)(3\sin x + 1)(5\cos x - 2) = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند برابر π است؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۷

(۴) ۴

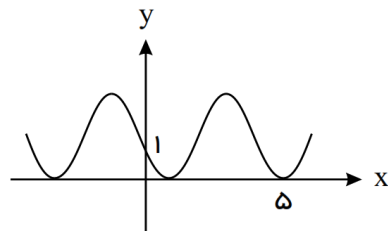
(۳) ۳

(۲) ۶

(۱) ۵

قلم‌چی - ۱۳۹۷

۸۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \cos(\pi(\frac{1}{p} + bx))$ به صورت زیر است. $a + b$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱,۵

(۳) ۱

(۴) ۰,۵

قلم‌چی - ۱۳۹۷

۸۶- معادله‌ی $\cos^F x - \sin^F x = 1 - \sin 2x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۴) ۵

(۳) ۴

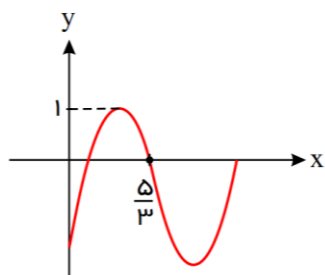
(۲) ۳

(۱) ۲

یادداشت‌نامه

۸۷- اگر قسمتی از نمودار $f(x) = a \sin(b\pi x) - 1$ به شکل زیر باشد، مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟

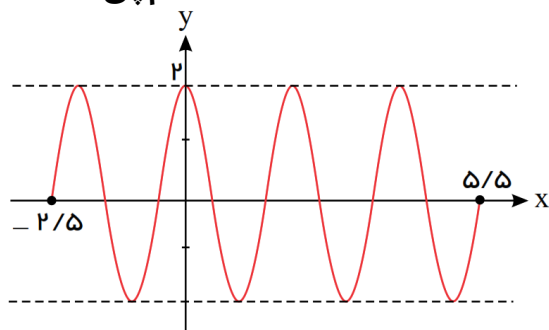
قلم‌چی - ۱۳۹۸



- ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- $\frac{۳}{۲}$ (۳)
- $-\frac{۱}{۲}$ (۴)

۸۸- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{p} + bx)$ است. حاصل ab کدام می‌تواند باشد؟

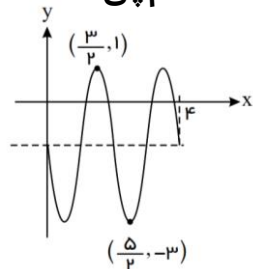
قلم‌چی - ۱۳۹۸



- ۴ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

۸۹- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos \pi(\frac{۳}{p} + bx) + c$ است. حاصل abc کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸



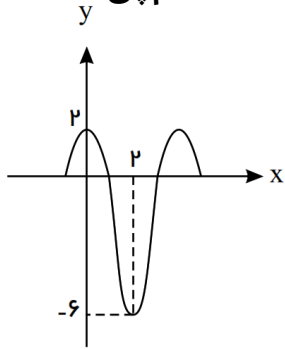
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

یادداشت‌نامه



۹۰- اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{p} - bx) + c$ باشد، مقدار تابع به ازای $x = \frac{7}{3}$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸



- (۱) $-2\sqrt{3} - 2$
- (۲) $2\sqrt{3} - 2$
- (۳) -4
- (۴) $-3\sqrt{3}$

یادداشت‌نامه



سراسری - ۱۳۹۸

۹۱- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۳)

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۹۲- اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

۳ (۴)

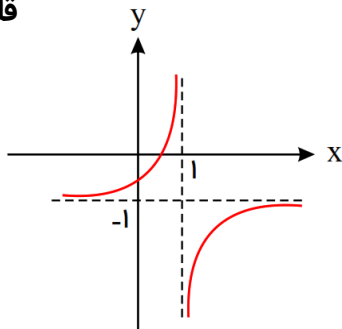
۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۹۳- منحنی تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow (-L)^-} f(x)$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸



۱ (۱)

-۱ (۲)

$+\infty$ (۳)

$-\infty$ (۴)

خارج از کشور - ۱۳۹۷

۹۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}$ ، کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

سراسری - ۱۳۹۷

۹۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3 - \sqrt{x}} - 1}$ ، کدام است؟

-۷۲ (۴)

-۸۴ (۳)

-۹۶ (۲)

-۱۱۲ (۱)

سراسری - ۱۳۹۸

۹۶- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ ، وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

-۶ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۴ (۱)

یادداشت‌نامه



سراسری - ۱۳۹۸

۹۷- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

$$-1 \quad (1) \quad -\frac{1}{2} \quad (2) \quad -\frac{1}{4} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۹۸- حد عبارت $\frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (1) \quad -\frac{1}{4} \quad (2) \quad -\frac{1}{6} \quad (3) \quad -\frac{1}{8} \quad (4)$$

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۹۹- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{3})^+} f(x) = +\infty \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{3})^+} f(x) = -\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{3})^-} f(x) = -\infty \quad (3)$$

سراسری - ۱۳۹۲

۱۰۰- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = 3$ باشد، آن گاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

۱۰۱- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۴

$$-6 \quad (1) \quad -4 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

۱۰۲- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{4}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، کدام است؟

خارج کشور - ۱۳۹۴

$$-\frac{1}{6} \quad (1) \quad -\frac{1}{8} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

یادداشت‌نامه



۱۰۳- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد، آن گاه حد $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -1$ ، کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۵

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

خارج از کشور - ۱۳۹۳

۱۰۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

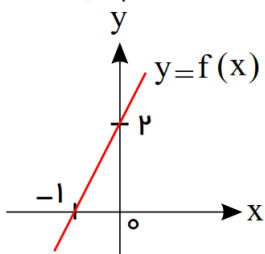
خارج از کشور - ۱۳۹۵

۱۰۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه b کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

قلمچی - ۱۳۹۷

۱۰۶- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2f^{-1}(x)}{x}$ کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۱

(۳) ۴

(۴) ۲

گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۱۰۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^3}}{\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{9}{x^3}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) صفر (۳) $-\frac{5}{9}$ (۴) -3

۱۰۸- باقی مانده تقسیم $p(x) = x^7 - 3x^4 + ax - 1$ بر $x - 1$ ، برابر ۲ و خارج قسمت آن $q(x)$ است. $q(-1)$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸

- (۱) -7 (۲) -6 (۳) ۶ (۴) ۷

یادداشت نامه



۱۰۹- اگر باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ و $x+1$ به ترتیب ۳ و ۲- باشد، k کدام باشد تا

قلمچی - ۱۳۹۸

$f(x) = p(x+1) - 2p(x+3) + x^2 - 3kx$ بر $x+2$ بخش پذیر باشد؟

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \quad (1) \\ -\frac{2}{3} \quad (2) \\ \frac{3}{2} \quad (3) \\ -\frac{3}{2} \quad (4) \end{array}$$

قلمچی - ۱۳۹۷

۱۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{n-1} + mx^3 - 1}{2x^{n+1} + 4x^2 + 3} = -2$ حاصل $m+n$ کدام است؟

$$\begin{array}{l} -2 \quad (1) \\ 2 \quad (2) \\ -1 \quad (3) \\ 1 \quad (4) \end{array}$$

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

$$\begin{array}{l} -\infty \quad (1) \\ 2 \quad (2) \text{ صفر} \\ 3 \quad (3) \\ 1 \quad (4) \end{array}$$

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x+1} + ax + b \right) = 3$ آن گاه $a-b$ کدام است؟

$$\begin{array}{l} 3 \quad (1) \\ 2 \quad (2) \\ -2 \quad (3) \\ -3 \quad (4) \end{array}$$

۱۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b-x^2}{1-\sqrt{x}} = k$ باشد، آن گاه حاصل $b-k$ کدام است؟ (k عددی صحیح، متناهی و غیرصفر است.)

قلمچی - ۱۳۹۸

$$\begin{array}{l} 3 \quad (1) \\ -3 \quad (2) \\ -4 \quad (3) \\ 4 \quad (4) \end{array}$$

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{p}} \frac{\sqrt[p]{x} - 1}{4x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، آن گاه حاصل ab کدام است؟

$$\begin{array}{l} -2 \quad (1) \\ 2 \quad (2) \\ -4 \quad (3) \\ 4 \quad (4) \end{array}$$

یادداشت نامه



۱۱۵- اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1$ بر چند جمله‌ای‌های $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر چند جمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۱۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + [-x]}{|x - 3|}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $+\infty$ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) -۱

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۱۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left[\frac{2}{1-x} \right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

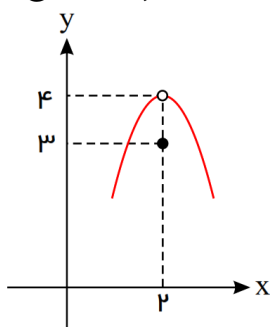
- (۱) -۲ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) $-\infty$

۱۱۸- اگر $(c, 2a+b) \cup (3b-2a, 7)$ یک همسایگی محذوف عدد ۴ باشد، آن گاه بازه (a, b) یک همسایگی برای کدام یک از عددهای زیر است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۱۹- نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

قلمچی - ۱۳۹۸



است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

یادداشت‌نامه



قلمچی - ۱۳۹۸

۱۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x(x-1) + x^2 \left[\frac{1}{x} \right]}{x^2 \left(2 + \left[-\frac{1}{x} \right] \right) + 1}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۱(۱) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۲)

۱۲۱- اگر حد کسر $\frac{ax - \sqrt{4x^2 + 48}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر ۲ باشد، آن گاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۷

۱(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۳) -3 (۴)

۱۲۲- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + b\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 - 3x + 2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ باشد، آن گاه حد تابع $g(x) = xf(x)$

قلمچی - ۱۳۹۷

وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

۴(۱) -8 (۲) 8 (۳) -4 (۴)

گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x^2 + ax + b} = +\infty$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+2)x^2 + 5x - 1}{(b-1)x^2 - x - 7}$ کدام است؟

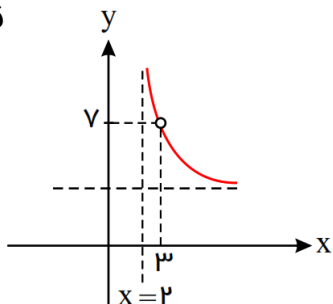
$-\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۴) -1 (۳)

یادداشت‌نامه



۱۲۴- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل $ab + cd$ کدام است؟

قلمچی - ۱۳۹۸



(۱) -۱۵

(۲) ۱۵

(۳) ۳۰

(۴) -۳۰

قلمچی - ۱۳۹۸

۱۲۵- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3a|x^5 - ax^n + 7x^2 - 2}{4x^5 + 1} = 1$ ، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

یادداشت‌نامه

۱۲۶- اگر تابع با ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق‌پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

سراسری-۱۳۹۷

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در

سراسری-۱۳۹۸

بازه $[1, 4]$ ، کدام است؟

- (۱) ۰٫۲۵ (۲) ۰٫۵ (۳) ۰٫۴۵ (۴) ۰٫۷۵

۱۲۸- اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ در $[3, 7]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در $x = a$ برابر

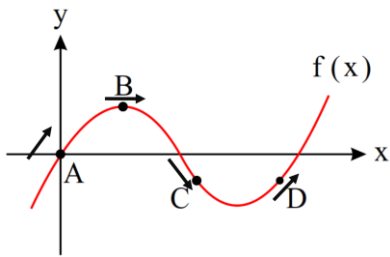
گزینه ۲-۱۳۹۷

باشد، a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{11}{2}$

قلم‌چی-۱۳۹۸

۱۲۹- در کدام نقطه روی نمودار، $f(x)f'(x) < 0$ است؟



(۱) A

(۲) B

(۳) C

(۴) D

قلم‌چی-۱۳۹۸

۱۳۰- اگر $f(2x+1) = g(x^2 + \sqrt{x})$ و $f'(3) = 5$ باشد، $g'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۱- به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله‌ی $y = 5x + a$ بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟

خارج از کشور-۱۳۹۷

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری-۱۳۹۸

۱۳۲- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

یادداشت‌نامه



۱۳۳- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۸

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۴- اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۸

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۷- مشتق تابع $f(x) = x^3 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ ، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۸- مشتق تابع $f(x) = (\sqrt{5x+1})(3x-2)^3$ در نقطه‌ای به طول صفر کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) صفر

۱۳۹- مقدار مشتق تابع $f(x) = (\frac{x^2+1}{\sqrt{3x+1}})^3$ در $x = 1$ کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۷

- (۱) $\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{9}{4}$

یادداشت‌نامه



۱۴۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+7 & x \geq a \\ x^2+9 & x < a \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر

قلم چی - ۱۳۹۷

است؟

- (۱) $\{1, 2\}$ (۲) $\{2\}$ (۳) $\{1\}$ (۴) هیچ مقدار a

۱۴۱- اگر $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+2}{5x^2-1}}$ و $g(x) = \sqrt{\frac{x^2+2}{5x^2-1}}$ حاصل $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ کدام است؟

گزینه ۲ - ۱۳۹۷

- (۱) $\frac{-22x}{(5x^2-1)^2}$ (۲) $\frac{-44x}{(5x^2-1)^2}$ (۳) $\frac{-11x}{(5x^2-1)^3}$ (۴) $\frac{-20x}{(5x^2-1)^4}$

گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۱۴۲- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-2}}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5\sqrt{2}}{16}$ (۲) $-\frac{3\sqrt{2}}{16}$ (۳) $-\frac{5\sqrt{2}}{8}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{2}}{8}$

گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۱۴۳- اگر $f(x) = (x^3 - 2)|x|$ کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) $f'(0) = -2$ (۲) $f'_+(0) = -2$ (۳) $f'(1) = -1$ (۴) $f'_-(0) = -2$

قلم چی - ۱۳۹۸

۱۴۴- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ صحیح نیست؟

- (۱) $f'(-1) < 0$ (۲) $f'(-1) = -f'(1)$ (۳) $f'(-1) > f'(-2)$ (۴) $f'(-1) + f'(2) < 0$

قلم چی - ۱۳۹۸

۱۴۵- اگر مشتق $f(\sqrt[3]{x-1})$ در $x=2$ برابر -1 باشد، مقدار مشتق $f(\frac{2x+1}{x+3})$ در $x=2$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -6 (۳) $-0,3$ (۴) $-0,6$

قلم چی - ۱۳۹۸

۱۴۶- تابع $f(x) = |x| \sqrt[3]{x^3 - x}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

یادداشت نامه



۱۴۷- اگر $g(x) = \sqrt{2x}$ و $f(x) = x^2 - x$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$ برابر کدام است؟

سراسری تجربی - ۸۲

۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۱۴۸- معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^3 - 2t^2 + 3t + 1$ بر حسب متر است. اگر سرعت لحظه‌ای آن در لحظه $t = a$ برابر سرعت متوسط در بازه $[0, a]$ باشد، مقدار a کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۲ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۴۹- اگر $f(x) = \frac{3x-3}{\sqrt{2x+1}}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

$\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴)

۱۵۰- اگر $f(x) = \frac{1 - \sin x}{x \cos x}$ و $g(x) = \frac{\sin x + \cos x - 1}{x \cos x}$ باشد، مقدار عبارت $f'(x) + g'(x)$ به ازای $x = \frac{1}{\pi}$ کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

-۲ (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴)

۱۵۱- اگر $f(a) = 2f'(a) = 8$ باشد، مشتق تابع $y = \sqrt[3]{f(x)}$ در $x = a$ کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

$\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۵۲- اگر تابع f بر روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+3) - f(3)}{h} = 5$ ، مشتق تابع $y = \frac{\sqrt{f(x)}}{x}$ در نقطه $x = 3$ کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

$\frac{14}{17}$ (۱) $\frac{7}{36}$ (۲) $\frac{5}{36}$ (۳) $\frac{5}{17}$ (۴)

۱۵۳- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و

انتهای منحنی را به هم وصل کند. این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟ خارج از کشور - ۱۳۹۸

-۲ (۱) -۱,۵ (۲) -۱ (۳) -۰,۵ (۴)

یادداشت‌نامه



۱۵۴- اگر $f(x) = (x^2 + 2)(x^2 + 4)$ و $g(x) = x^4 - 16$ باشد، حاصل $g'(1)f(1) - f'(1)g(1)$ کدام است؟ قلم‌چی - ۱۳۹۸

۵۰۰ (۴)

۴۵۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

۲۲۵ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۱۵۵- در مورد تابع $f(x) = \sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{2-x}}$ کدام گزینه صحیح است؟

$f'_+(0) = -\infty$ (۴)

$f'_+(0) = +\infty$ (۳)

$f'(0) = +\infty$ (۲)

$f'(0) = 0$ (۱)

یادداشت‌نامه