

خواص عمود منصف

پاره‌خط AB و عمود منصف آن یعنی خط DH را در نظر بگیرید.

قضیه: هر نقطه که روی عمود منصف یک پاره‌خط باشد از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف آن پاره‌خط قرار دارد.

قضیه: هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

نسبت و تناسب:

الف) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

پ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

ث) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

ج) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

خ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

ب) $ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ت) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

ج) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

ح) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

استدلال استقرایی: نوعی از استدلال است که در آن با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت، نتیجه کلی از آن موضوع گرفته می‌شود، یعنی از جزء به کل می‌رسیم. (حکم قطعی صادر نمی‌کنیم)

استدلال استنتاجی: استدلالی است که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی از واقعیت‌هایی که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.

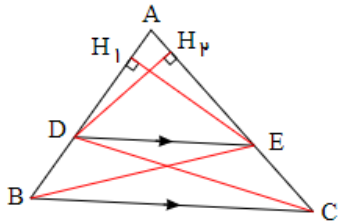
برهان خلف (اثبات غیرمستقیم): فرض می‌کنیم حکم نادرست است، نشان می‌دهیم که تناقضی وجود دارد، سپس ادعا می‌کنیم حکم اولیه درست بوده است.

قضیه دوشرطی: قضیه‌ای که هم خودش و هم عکسش درست باشد و با نماد \Leftrightarrow آن را نشان می‌دهیم و کد آن عبارت "اگر و تنها اگر" است، مانند:

در یک مثلث دو ضلع برابرند، اگر و تنها اگر زاویه‌های مقابل به آن‌ها با هم برابر باشند.

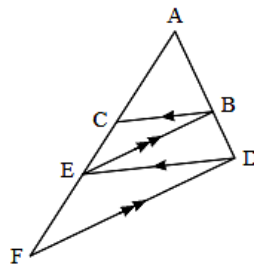
در مثلث متساوی‌الاضلاع یک پاره‌خط نیمساز است، اگر و تنها اگر میانه باشد.

مثال نقض: نوعی از استدلال است که در آن برای رد کردن یک حکم کلی می‌توانیم مثالی بیاوریم که نقض‌کننده حکم کلی باشد و حکم را رد کند.



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

قضیه تالس: اگر در مثلث ABC، پاره‌خط DE موازی ضلع BC باشد، آن‌گاه:

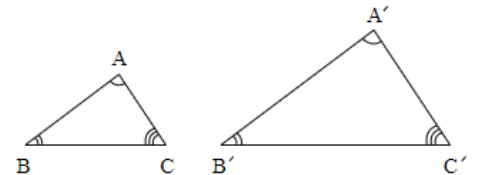


در شکل مقابل $AE^2 = AC \cdot AF$

تشابه مثلث‌ها

دو مثلث ABC و A'B'C' متشابه هستند، هرگاه زوایای متناظر با هم برابر باشند و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد، یعنی:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \end{cases}$$



قضیه‌های اصلی تشابه

قضیه ۱: هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

قضیه ۲: هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}, \widehat{A} = \widehat{A}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

قضیه ۳: هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

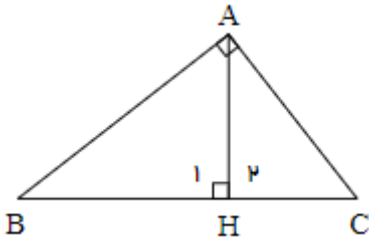
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

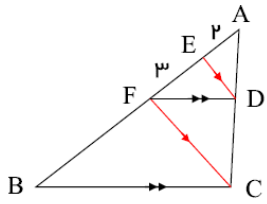
نتیجه: در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم‌الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

$$\triangle ABC \sim \triangle ACH \rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC} \rightarrow \boxed{AC^2 = BC \cdot HC} \quad (1)$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ABH \rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{HB}{AB} \rightarrow \boxed{AB^2 = BC \cdot HB} \quad (2)$$

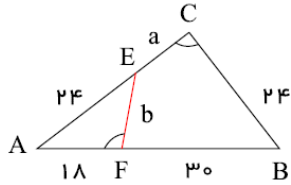
$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH} \rightarrow \boxed{AH^2 = BH \cdot CH} \quad (3)$$





۱- در شکل مقابل $ED \parallel FC$ و $FD \parallel BC$ است. طول FB کدام است؟

- ۱) ۴/۵
 ۲) ۴
 ۳) ۷/۵
 ۴) ۶

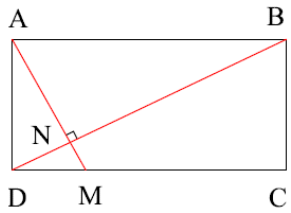


۲- در مثلث ABC شکل مقابل ($\angle F = \angle C$) با توجه به اندازه‌های نوشته شده روی پاره خط‌ها $\frac{a}{b}$ برابر کدام است؟

- ۱) ۱
 ۲) $\frac{1}{2}$
 ۳) $\frac{2}{3}$
 ۴) $\frac{3}{4}$

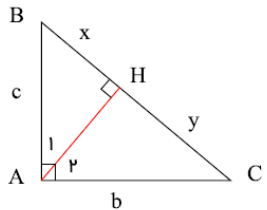
۳- در مثلث ABC پاره خط‌های AM و BM' میانه‌های نظیر اضلاع BC و AC هستند. اگر مساحت مثلث ABC برابر با ۱۲ باشد، مساحت مثلث CMM' برابر با کدام است؟

- ۱) ۳
 ۲) ۴
 ۳) ۶
 ۴) ۴/۵



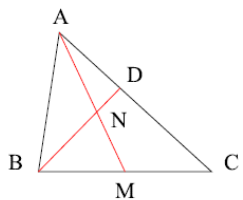
۴- در مستطیل $ABCD$ چنانچه $AB = 2BC$ و $AM \perp BD$ ، آن گاه نسبت $\frac{AB}{DM}$ کدام است؟

- ۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۳
 ۴) ۴



۵- در شکل مقابل $\angle A = 90^\circ$. حاصل $\frac{c}{b}$ برابر کدام است؟

- ۱) $\frac{y}{x}$
 ۲) $\sqrt{\frac{x}{y}}$
 ۳) $\frac{x}{x+y}$
 ۴) $\frac{yx}{x}$

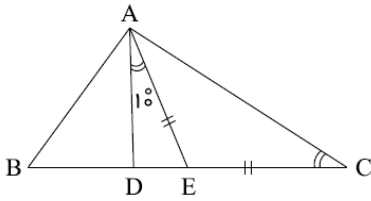


۶- در شکل زیر AM میانه‌ی ضلع BC و N وسط آن است. اگر $ND = 1$ ، طول BD چقدر است؟

- ۱) ۲
 ۲) ۳
 ۳) ۴
 ۴) ۶

۷- در مثلث متساوی‌الساقین یکی از زاویه‌ها برابر 120° است. نیمساز خارجی یکی از زاویه‌های دیگر ضلع مقابل را در نقطه‌ی D با چه زاویه‌ای قطع می‌کند؟

- ۱) 30°
 ۲) 45°
 ۳) 60°
 ۴) 75°



۸- باتوجه به شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی B را بدست آورید. (AD نیمساز \hat{A} و $\hat{C} = 35^\circ$ و $AE = EC$)

- ۱) 35° ۲) 45°
 ۳) 55° ۴) 70°

۹- کدام عبارت زیر می تواند تعریف استنتاج در هندسه باشد؟

- ۱) نتیجه گیری کلی از فرض‌ها و قضیه‌ها و تعریف‌هایی که درستی آن‌ها را قبلاً پذیرفته‌ایم.
 ۲) مقایسه‌ی دو عضو خاص از یک مجموعه و نتیجه گیری کلی در مورد آن مجموعه
 ۳) مقایسه‌ی حکمی که درستی آن را نمی دانیم با حکمی که درستی آن قبلاً ثابت شده است.
 ۴) نتیجه گرفتن یک حکم درست از چند حکم نادرست

۱۰- کدام قضیه به صورت قضیه‌ی دو شرطی بیان نمی‌شود؟

- ۱) در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع و میانه‌ی یک ضلع بر هم منطبق‌اند.
 ۲) در مثلث قائم الزاویه، عمود منصف اضلاع بر روی وتر متقاطع‌اند.
 ۳) در مثلث قائم الزاویه، یکی از میانه‌ها نصف وتر است.
 ۴) در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویه‌ی 90° ، بزرگترین ضلع است.

۱۱- در یک مثلث، بین زوایا، رابطه‌ی $\hat{A} = \hat{B} - 2\hat{C}$ برقرار است. محل تلاقی عمود منصف‌های این مثلث کجا قرار دارد؟

- ۱) داخل مثلث ۲) خارج مثلث ۳) روی یکی از رأس‌ها ۴) وسط یکی از اضلاع

۱۲- تعداد نقاطی از صفحه که به فاصله‌ی ثابت P از نقطه‌ی A باشند و از نقاط B, C به یک فاصله باشند، کدام است؟

- ۱) حداقل یکی ۲) حداکثر یکی ۳) حداکثر دو تا ۴) دقیقاً دو

۱۳- در اثبات یک قضیه به روش اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف، از کدام اصل استفاده می‌شود؟

- ۱) فرض را درست می‌گیریم و به حکم درست دست می‌یابیم.
 ۲) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.
 ۳) حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.
 ۴) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.

۱۴- دو نقطه‌ی A و B را در نظر بگیرید. مرکز تمام دایره‌هایی که از این دو نقطه به یک فاصله باشند روی پاره خط AB قرار دارند.

- ۱) عمود منصف ۲) دو خط به موازات ۳) خط عمود دلخواه بر ۴) وسط

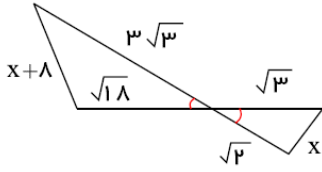
۱۵- برای کدام یک از حکم‌های کلی زیر نمی‌توان مثال نقض آورد؟

- ۱) مربع هر عدد طبیعی از مکعب آن عدد کوچک‌تر است.
 ۲) هر چهار ضلعی که قطرهای آن عمود منصف یکدیگر باشد مربع است.
 ۳) دو مثلث که دو ضلع مساوی داشته باشند هم نهشت می‌شوند.
 ۴) محل برخورد میانه‌های تمام مثلث‌ها در داخل مثلث قرار دارد.

۱۶- نقاط A و B در فاصله‌ی ۸ واحدی از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از آن‌ها به فاصله‌ی ۴ واحد قرار دارد.

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

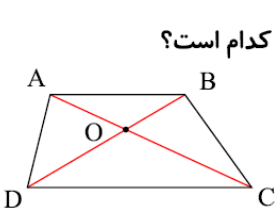
۱۷- با توجه به شکل زیر x کدام است؟



- (۲) $\frac{5}{2}$
(۴) $\frac{9}{2}$

- (۱) ۲
(۳) ۴

۱۸- در یک دوزنقه قاعده بزرگ و کوچک به ترتیب ۵ و ۷ می باشد. اگر فاصله دو قاعده ۴ واحد باشد مساحت مثلث OAD کدام است؟



- (۲) $\frac{35}{8}$
(۴) $\frac{35}{6}$

- (۱) $\frac{33}{7}$
(۳) $\frac{33}{7}$

۱۹- اندازه‌ی دوزنق قائم از مثلث قائم الزویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمودمنصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می کند. فاصله‌ی M از نزدیکترین راس این مثلث چند واحد است؟

(۴) $\frac{25}{3}$

(۳) $\sqrt{80}$

(۲) ۸

(۱) $7/5$

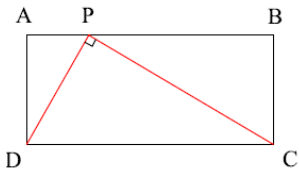
۲۰- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 50^\circ$ و ضلع $AB = 18$ ، در مثلث MNP داریم $\hat{M} = 70^\circ$ ، $\hat{N} = 60^\circ$ ، اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چقدر است؟

(۴) ۲۷

(۳) ۲۴

(۲) ۱۶

(۱) ۱۲



۲۱- در مستطیل شکل مقابل $\hat{P} = 90^\circ$ ، $AP = BP = 9$ ، طول DP کدام است؟

(۴) ۶

(۳) $4\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{3}$

(۱) ۵

۲۲- مثلثی به اضلاع $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{3}$ ، ۲ و مثلث دیگر به اضلاع $2\sqrt{3}$ ، ۳، $3\sqrt{2}$ مفروض اند. نسبت مساحت این دو مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

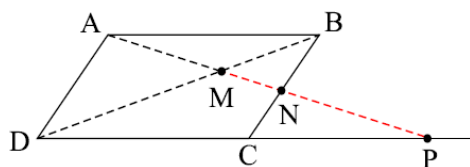
۲۳- مثلثی به اضلاع ۵، ۴، a ، با مثلثی به طول اضلاع ۹، ۷، b ، متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای عدد a ، کدام است؟

(۴) $\frac{35}{4}$

(۳) $\frac{36}{5}$

(۲) $\frac{45}{7}$

(۱) $\frac{36}{7}$



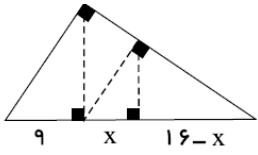
۲۴- در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام است؟

(۲) AD^2

(۴) MA^2

(۱) AB^2

(۳) MD^2



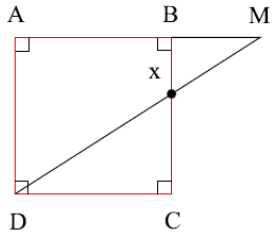
۲۵- در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازهی x کدام است؟

۵/۳۶ (۲)

۴/۵۴ (۱)

۶/۷۵ (۴)

۵/۷۶ (۳)



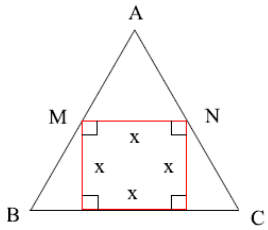
۲۶- در مربعی به ضلع ۲ واحد، یکی از اضلاع را به اندازهی $BM = 1$ امتداد داده‌ایم، x برابر است با:

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)



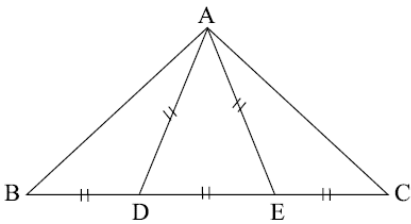
۲۷- در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟

$3(2 - \sqrt{3})$ (۲)

$2(3 - \sqrt{3})$ (۱)

$4 - \sqrt{3}$ (۴)

$2 - \sqrt{3}$ (۳)



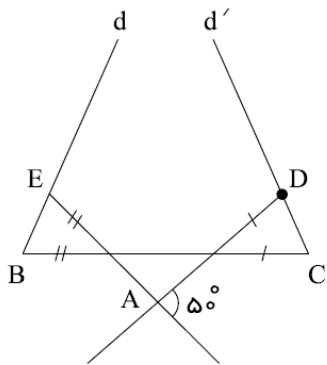
۲۸- در شکل روبه‌رو، پاره‌خط‌های مشخص شده مساوی هستند. اندازهی \widehat{BAC} کدام است؟

100° (۲)

90° (۱)

150° (۴)

120° (۳)



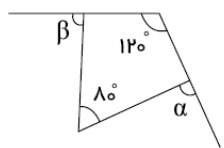
۲۹- در شکل روبه‌رو دو مثلث کناری متساوی‌الساقین هستند. دو خط d, d' با کدام زاویه متقاطع‌اند؟

۱۵ (۱)

۲۵ (۲)

۳۵ (۳)

۴۵ (۴)



۳۰- مجموع α و β کدام است؟

180° (۲)

150° (۱)

240° (۴)

200° (۳)