



۱ - نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه O واقع در آن صفحه بین دو تا سه واحد است، تشکیل یک شکل هندسی می دهند. مساحت این شکل کدام است؟

- ① 5π ② 5 ③ 6π ④ 6

۲ - برای رسم نیمساز زاویه $\angle XOY = 60^\circ$ این گونه عمل می کنیم:

«ابتدا به مرکز O کمانی به شعاع واحد رسم می کنیم تا OX و OY را در A و B قطع کند. سپس به مرکزهای A و B دو کمان به شعاعهای R که $R > a$ رسم می کنیم.»

کمترین مقدار a کدام است؟

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۳ - در کدام یک از حالت های زیر، چهارضلعی مورد نظر، در صورتی که قابل رسم باشد منحصر به فرد نیست؟

- ① داشتن طول قطر مربع ② داشتن طول و عرض مستطیل ③ داشتن طول یک ضلع و یک قطر لوزی ④ داشتن طول دو قطر متوازی الاضلاع

۴ - نقطه A روی خط d واقع است، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و d به فاصله x باشد؟ ($x > 0$)

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ بی شمار

۵ - با داشتن حداقل چند نقطه روی محیط یک دایره می توانیم مرکز آن را به کمک خط کش و پرگار پیدا کنیم؟

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2



۶- دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ مفروض است. خط L به فاصله یک واحد از نقطه O قرار دارد. چند نقطه روی محیط دایره وجود دارد که فاصله‌اش از خط L برابر ۲ باشد؟

- ① صفر ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) نقطه P روی ضلع AC ، از رأس A و ضلع BC به یک فاصله است. اگر $\hat{C} = 40^\circ$ ، آنگاه زاویه BPC چند درجه است؟

- ① ۱۰۵ ② ۱۲۰ ③ ۱۱۵ ④ ۱۱۰

۸- چند متوازی‌الاضلاع به طول اضلاع ۳ و ۵ و طول قطر کوچک ۸ واحد می‌توان رسم کرد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ بی‌شمار

۹- برای رسم عمودمنصف پاره‌خط AB به کمک خط‌کش و پرگار، ابتدا به مرکزهای A و B دایره‌هایی مساوی رسم می‌کنیم؛ شعاع این دایره‌ها باید لزوماً چگونه باشد؟

- ① دلخواه ② بیشتر از نصف طول AB ③ کمتر از نصف طول AB ④ برابر با طول AB

۱۰- چند متوازی‌الاضلاع با طول قطرهای ۴ و ۶ وجود دارد که طول یک ضلع آن ۵ باشد؟

- ① بی‌شمار ② ۱ ③ ۲ ④ صفر



۱۱- در چهارضلعی $ABCD$ ، بین اندازه‌های زاویه‌های داخلی رابطه $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4}$ برقرار است. در این چهارضلعی نیم‌سازهای داخلی دو زاویه و بر هم عمودند.

- ① $D - A$ ② $C - A$ ③ $A - B$ ④ $D - B$

۱۲- چند دایره می‌توان رسم کرد که پاره خط AB به طول ۲ واحد، و تری از آن باشد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۴ ④ بی‌شمار

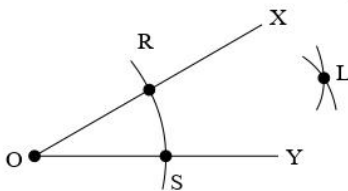
۱۳- کدام دسته از اعداد زیر، نمی‌توانند طول سه ضلع یک مثلث باشند؟

- ① ۷، ۸، ۹ ② ۵، ۶، ۷ ③ ۳، ۴، ۵ ④ ۱، ۲، ۳

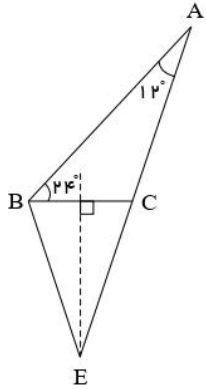
۱۴- فاصله بین دو نقطه A و B برابر با ۴ واحد است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۱ و از B به فاصله ۵ واحد باشد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ بی‌شمار

۱۵- در شکل مقابل سه کمان با شعاع‌های برابر، به مرکزهای S و R ، O رسم شده است. کدام گزینه درست نیست؟



- ① OL نیمساز \widehat{XOY} است.
 ② از L به OY و OX به یک فاصله است.
 ③ $OL = OR + OS$
 ④ OL عمود منصف RS است.



۱۶- در شکل روبه رو عمود منصف BC ، امتداد AC را در E قطع کرده است. زاویه $B\hat{E}C$ چند درجه است؟

۱۰۶ (۲)

۱۰۸ (۱)

۱۰۲ (۴)

۱۰۴ (۳)

۱۷- فاصله نقطه A از خط d برابر ۴ سانتی متر است. چند نقطه روی خط d به فاصله ۵ سانتی متر از نقطه A قرار دارد؟

هیچ (۴)

بی شمار (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸- کدام یک از چهار ضلعی‌های زیر به طور منحصر به فرد رسم نمی‌شود؟

مثلثی به طول اضلاع ۵، ۴ و ۳ (۲)

متوازی‌الاضلاعی به طول قطرهای ۲ و ۳ (۱)

لوزی به طول ضلع ۵ و قطر ۶ (۴)

لوزی به طول قطرهای ۶ و ۴ (۳)

۱۹- چند مثلث متمایز ABC وجود دارد که در آن $BC = 7$ ، $AB = 2$ و طول میانه وارد بر BC برابر ۵ باشد؟

صفر (۴)

بی شمار (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰- حداکثر چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۳ واحد و از خط d هم به به فاصله ۳ واحد باشد؟

بی شمار (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)



۲۱- دو خط متقاطع d و d' و نقطه M در یک صفحه مفروض اند. حداکثر چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خطوط d و d' به یک فاصله بوده و از نقطه M به فاصله ثابت r واقع باشد؟ ($r > 0$)

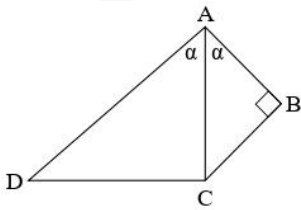
- ① هیچ ② ۱ ③ ۲ ④ ۴

۲۲- در مثلث ABC که در آن $AB < AC$ ، عمود منصف ضلع BC ، ضلع AC را در M قطع می کند. زاویه BMC برابر کدام است؟

- ① $\frac{\hat{A}}{2}$ ② $\hat{A} + \hat{B} - \hat{C}$ ③ $\frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}$ ④ $\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}$

۲۳- پاره خط MN به طول $2x + 3$ مفروض است. اگر تنها یک نقطه به فاصله $x + 4$ از M و فاصله $1 - 2x$ از N وجود داشته باشد، x کدام است؟

- ① صفر ② ۱ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$



۲۴- در شکل روبه رو اگر $AD = 2AB = \frac{3}{2}BC$ ، آن گاه مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

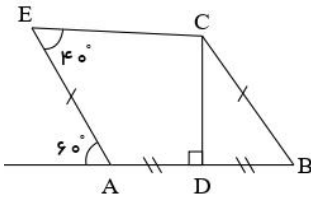
- ① $\frac{3}{2}BC^2$ ② $\frac{3}{4}BC^2$ ③ $\frac{9}{8}BC^2$ ④ $\frac{5}{4}BC^2$

۲۵- خط d و دو نقطه A و B در یک صفحه مفروض اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط d وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد؟

- ① خط d از نقطه A عبور کند. ② خط d ، امتداد پاره خط AB را قطع کند.
 ③ خط d ، پاره خط AB را در نقطه‌ای بین A و B قطع کند. ④ خط d موازی پاره خط AB باشد.



۲۶- در شکل مقابل اندازه زاویه \hat{B} کدام است؟



۳۵° (۲)

۳۰° (۱)

۲۰° (۴)

۲۵° (۳)

۲۷- عمودمنصف پاره خط AB را رسم می‌کنیم تا دایره به مرکز A و شعاع AB را در دو نقطه M و N قطع کند، چهار ضلعی $AMBN$ یک است که است.

(۲) لوزی - زاویه بزرگتر آن ۱۲۰°

(۱) متوازی‌الاضلاع - ضلع بین قطرهای آن ۶۰°

(۴) لوزی - قطر بزرگتر آن دو برابر قطر کوچکتر

(۳) متوازی‌الاضلاع - ضلع بزرگتر آن دو برابر ضلع کوچکتر

۲۸- در مثلث ABC ، نقطه E روی ضلع AB طوری قرار دارد که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است. کدام نامساوی همواره درست است؟

(۴) $BE < CE$

(۳) $AE < AC$

(۲) $BC < CE$

(۱) $CE < AC$

۲۹- در مثلث ABC نیم‌ساز زاویه A ، عمودمنصف ضلع AB و ارتفاع وارد بر AC در یک نقطه داخل مثلث هم‌رسند. اگر در این مثلث $\hat{B} = ۵۳^\circ$ آن‌گاه زاویه C چند درجه است؟

(۴) ۵۷

(۳) ۴۷

(۲) ۶۷

(۱) ۳۷

۳۰- دو نقطه A و B به فاصله ۴ از هم هستند. عمودمنصف پاره خط AB را رسم کرده و نقطه برخورد عمودمنصف با پاره خط AB را، M می‌نامیم. سپس به مرکز M و به شعاع AM دایره‌ای رسم کرده تا عمودمنصف را در نقاط C و D قطع کند. مساحت چهارضلعی $ACBD$ کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

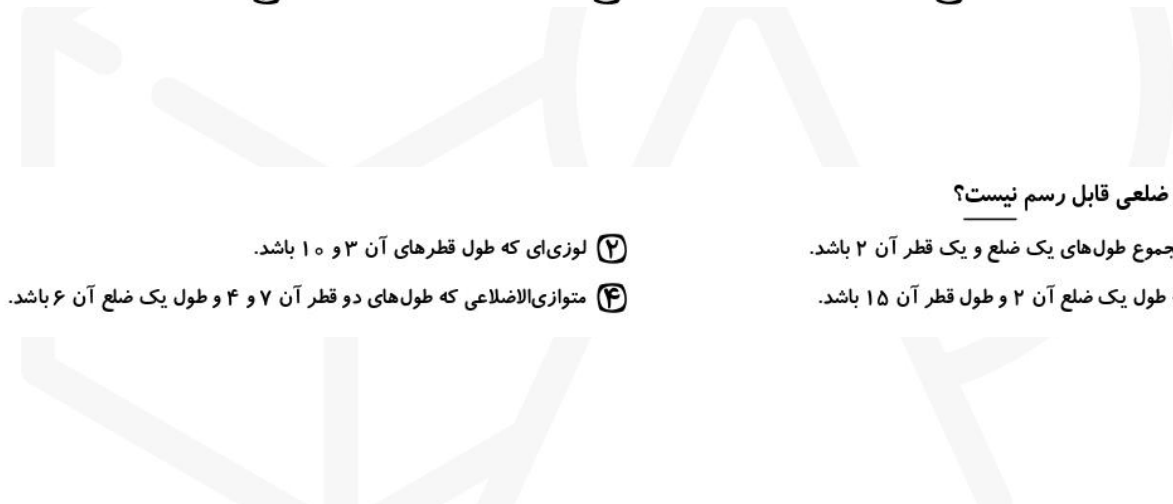
(۱) ۲



۳۱- در مثلث ABC ، عمود منصف ضلع BC و نیمسازهای داخلی زاویه‌های B و C ، هر سه از نقطه O می‌گذرند. کدام نتیجه‌گیری درست است؟
 ① $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است. ② $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است. ③ $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است. ④ $\triangle ABC$ می‌تواند مختلف‌الاضلاع باشد.

۳۲- در مستطیل $ABCD$ می‌دانیم $AB = 6$ و $BC = 8$ ، اگر M محل تلاقی قطرهای مستطیل باشد، چند نقطه روی محیط این مستطیل وجود دارند که از M به فاصله ۴ باشند؟
 ① ۴ ② ۶ ③ ۸ ④ بی‌شمار

۳۳- نقطه A به فاصله ۸ واحد از خط d واقع است. برای رسم خطی عمود بر خط d از نقطه A ، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۱۰ واحد رسم می‌کنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند و سپس از نقاط B و C دو کمان به شعاع R رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در دو نقطه E و F قطع نمایند. کدام یک از بقادیر زیر می‌تواند باشد؟
 ① ۳ ② ۴ ③ ۶ ④ ۷

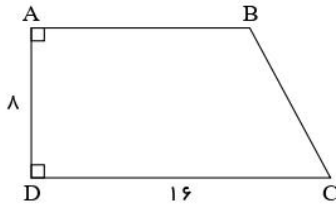


۳۴- کدام چهار ضلعی قابل رسم نیست؟
 ① مربعی که مجموع طول‌های یک ضلع و یک قطر آن ۲ باشد.
 ② لوزی‌ای که طول قطرهای آن ۳ و ۱۰ باشد.
 ③ مستطیلی که طول یک ضلع آن ۲ و طول قطر آن ۱۵ باشد.
 ④ متوازی‌الاضلاعی که طول‌های دو قطر آن ۷ و ۴ و طول یک ضلع آن ۶ باشد.

۳۵- دو خط d_1 و d_2 در نقطه O بر هم عمودند. مساحت ناحیه‌ای که فاصله نقاط واقع در آن از هر یک از دو خط d_1 و d_2 کمتر از ۲ واحد و از نقطه O بیشتر از ۲ واحد باشد، کدام است؟
 ① 4π ② ۱۶ ③ $4(4-\pi)$ ④ $4(\pi-1)$



۳۶- در ذوزنقه $ABCD$ شکل زیر، عمود منصف قطر AC ، قاعده DC را در نقطه M قطع می کند. فاصله M تا رأس D کدام است؟



- ① ۶
- ② ۸
- ③ ۴
- ④ ۳

۳۷- مربعی به ضلع ۴ مفروض است، چند نقطه روی محیط این مربع وجود دارد که فاصله آن از نقطه تقاطع قطرهای مربع $۲٫۱$ باشد؟

- ① ۲
- ② ۴
- ③ ۸
- ④ ۱۶

۳۸- چند مثلث غیرهم نهشت ABC می توان رسم کرد که در آن $BC = ۴$ ، $AC = ۳$ و طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر ۲ باشد؟

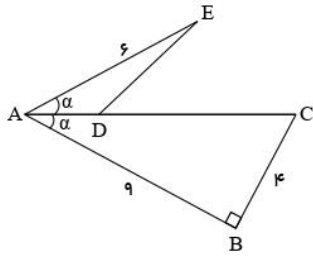
- ① ۱
- ② ۲
- ③ صفر
- ④ بی شمار

۳۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و نقطه D روی ضلع AC از ضلع های AB و BC به یک فاصله است. اگر $\hat{C} = 44^\circ$ ، آنگاه زاویه \hat{BDC} چند درجه است؟

- ① ۱۰۷
- ② ۱۰۹
- ③ ۱۱۱
- ④ ۱۱۳

۴۰- در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{B} = 90^\circ$ و رأس C محل تقاطع نیمساز زاویه ی داخلی A و عمود منصف ضلع AD است. اگر $AB = ۴$ و مساحت چهارضلعی ۱۸ باشد، محیط $ABCD$ کدام است؟

- ① ۱۶
- ② ۱۸
- ③ ۲۰
- ④ ۲۴



۴۱- در شکل مقابل اگر E روی عمودمنصف CD واقع باشد، آنگاه طول ED کدام است؟

- ① ۳٫۵
② ۴
③ ۵
④ ۴٫۵

۴۲- برای رسم خط موازی با یک خط مفروض در صفحه حداقل چند کمان باید رسم کنیم؟ (با تغییر)

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

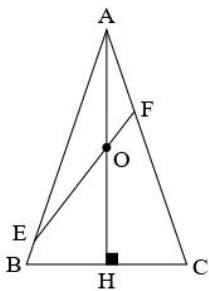
۴۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ ، نیمساز زاویه داخلی B ، ضلع AC را در D قطع می‌کند، اگر $AD = \frac{2}{3} AC$ و مجموع طول‌های دو ضلع

AE و BC برابر با ۱۸ واحد باشد، مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟

- ① ۲۴ ② ۲۶ ③ ۲۸ ④ ۳۰

۴۴- در شکل مقابل، AH میانه مثلث ABC است و پاره‌خط‌های EF و AH در نقطه O متقاطعند. اگر عمودمنصف AE از O بگذرد، زاویه AEF

لزوماً برابر کدام است؟



- ① \hat{C}
② \hat{A}
③ $90^\circ - \hat{C}$
④ $90^\circ - \hat{A}$

۴۵- اگر طول ضلع یک لوزی برابر ۱۰ باشد، آنگاه حداکثر طول قطر کوچک این لوزی چقدر باشد تا بتوان لوزی را رسم کرد؟

- ① $8\sqrt{2}$ ② ۱۰ ③ ۱۲ ④ $10\sqrt{2}$



۴۶- چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و خط شامل پاره خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۷- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع های ۳ و ۷ واحد رسم می کنیم. نقاط تلاقی دایره های کوچک با دایره های بزرگ، دقیقاً رأس های کدام چهار ضلعی هستند؟

دوزنقه متساوی الساقین (۴)

مستطیل (۳)

متوازی الاضلاع (۲)

لوزی (۱)

۴۸- کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

زوایای مجاور هر متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند. (۲)

مثلث های همنهشت، زاویه های نظیر مساوی دارند. (۱)

هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. (۴)

در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه رأس، ضلع مقابل آن را نصف می کند. (۳)

۴۹- نقیض کدام یک از گزاره های زیر، یک گزاره درست است؟

همه لوزی ها، متوازی الاضلاع هستند. (۲)

مجموع زاویه های داخلی هر چهار ضلعی 360° است. (۱)

در هر مثلث، کوچکترین زاویه، روبه روی کوچکترین ضلع است. (۴)

نقطه همرسی عمود منصف های هر مثلث یا داخل آن است، یا بیرون آن. (۳)

۵۰- می خواهیم با استفاده از برهان خلف ثابت کنیم «اگر در مثلث ABC داشته باشیم $AB \neq AC$ ، آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$ ». برای این کار ابتدا چه فرضی را انجام می دهیم؟

$AB = AC$ (۴)

$\hat{A} = \hat{B}$ یا $\hat{A} = \hat{C}$ (۳)

$\hat{B} = \hat{C}$ (۲)

$BC = AB$ یا $BC = AC$ (۱)



۵۱ - درستی بعضی از نتیجه گیری های کلی را می توان با اثبات کرد و نادرستی آن ها را می توان با نشان داد.

- ① برهان خلف - مثال نقض ② برهان خلف - برهان خلف ③ استدلال استقرایی - مثال نقض ④ استدلال استقرایی - برهان خلف

۵۲ - کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی شود؟

- ① در مثلثی که دو ضلع نابرابر دارد، زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر از زاویه روبه رو به ضلع کوچک تر است.
 ② اگر n عددی مثبت باشد، آن گاه n^3 نیز مثبت است.
 ③ در هر لوزی، قطر ها بر هم عمودند.
 ④ اگر در مثلثی، دو ضلع برابر باشند، آن گاه دو زاویه روبه رو به آن ها نیز با هم برابرند.

۵۳ - کدام یک از گزاره های زیر را نمی توان به صورت یک قضیه دو شرطی نوشت؟

- ① نقطه هم رسی عمود منصف های اضلاع یک مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.
 ② اگر یک چهار ضلعی لوزی باشد، آنگاه قطر هایش عمود منصف یکدیگرند.
 ③ اگر یک چهار ضلعی مربع باشد، آنگاه اضلاع مجاور آن بر هم عمود هستند.
 ④ اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

۵۴ - نقیض گزاره «مستطیلی وجود دارد که دارای دو قطر برابر باشد» کدام است؟

- ① همه مستطیل ها دو قطر برابر دارند.
 ② مستطیلی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.
 ③ چهار ضلعی ای وجود دارد که دو قطر برابر دارد ولی مستطیل نیست.
 ④ همه مستطیل ها دو قطر نابرابر دارند.

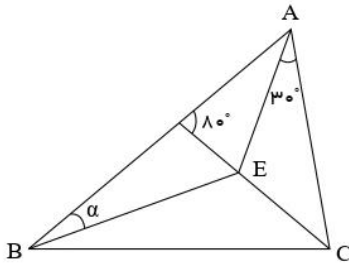
۵۵ - کدام یک از گزینه های زیر مثال نقض این عبارت است:

«در مثلثی که حداقل دو ضلع نامساوی دارد، بزرگ ترین ضلع روبه رو به زاویه منفرجه است.»

- ① مثلث متساوی الاضلاع ② مثلثی که دو زاویه 40° دارد.
 ③ مثلث قائم الزاویه ④ مثلثی که تفاضل دو زاویه آن 90° است.



۵۶- در شکل زیر اگر E نقطه هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC باشد، زاویه α چند درجه است؟



۱۵ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۵۷- اگر فاصله محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث از رأس مقابل به ضلع کوچک‌تر، برابر $m - ۲$ و از رأس مقابل به ضلع متوسط، برابر $۲m - ۹$ باشد، فاصله این نقطه از رأس مقابل به بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۱۰ (۱)

۵۸- از هر رأس مثلث ABC ، خطی به موازات ضلع مقابل رسم می‌کنیم تا از برخورد آن‌ها، مثلث $A'B'C'$ به وجود آید. ارتفاع‌های مثلث ABC ، منطبق بر کدام یک از اجزاء مثلث $A'B'C'$ هستند؟

(۴) میانه‌های وارد بر اضلاع مثلث

(۳) عمودمنصف‌های اضلاع مثلث

(۲) نیمسازهای زوایای مثلث

(۱) ارتفاع‌های مثلث

۵۹- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد، O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها است. فاصله O از ضلع بزرگ‌تر این مثلث چند واحد است؟

۱ (۴)

۰٫۸۷۵ (۳)

۰٫۷۵ (۲)

۰٫۶۲۵ (۱)

۶۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) ساق AB را از طرف B تا نقطه D امتداد می‌دهیم، به طوری که $BD = BC$. اگر $CD = AC$ ، آنگاه نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ACD کجا واقع است؟

(۴) وسط AD

(۳) نقطه C

(۲) بیرون $\triangle ACD$

(۱) درون $\triangle ACD$

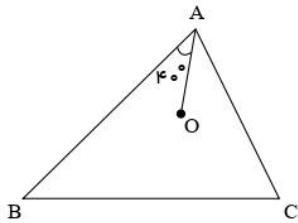


۶۱- نقطه O درون مثلث ABC ، از سه ضلع آن به یک فاصله است. اندازه زاویه BOC بر حسب \hat{A} کدام است؟

- ① $180^\circ - \hat{A}$ ② $90^\circ + \hat{A}$ ③ $90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$ ④ $180^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$

۶۲- در مثلث ABC ، نقطه E روی ضلع AB طوری قرار دارد که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است. کدام نامساوی همواره درست است؟

- ① $CE < AC$ ② $BC < CE$ ③ $AE < AC$ ④ $BE < CE$



۶۳- در شکل زیر، نقطه O از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است. زاویه بین OB و OC چند درجه است؟

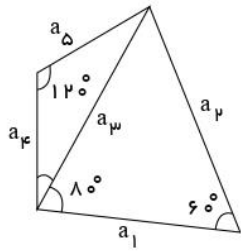
- ① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140°

۶۴- در مثلث ABC از هر یک از نقاط A ، B و C خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا از تلاقی این سه خط، مثلث $A'B'C'$ ایجاد شود. اگر O محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ باشد، کدام گزینه درست نیست؟

- ① $A'O = B'O = C'O$ ② محیط $\triangle A'B'C'$ ، دو برابر محیط $\triangle ABC$ است.
 ③ O محل برخورد نیم‌سازهای داخلی $\triangle ABC$ است. ④ مساحت $\triangle A'B'C'$ ، چهار برابر مساحت $\triangle ABC$ است.

۶۵- برای مثلث ABC ، کدام یک گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

- ① روی ارتفاع AH نقطه‌ای وجود ندارد که از B و C به یک فاصله باشد. ② ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث، داخل آن قرار دارد.
 ③ نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها داخل یا بیرون مثلث است. ④ طول میانه AM با طول ضلع BC برابر نیست.

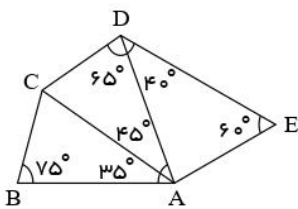


۶۶- با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ① $a_3 > a_1 > a_5$
- ② $a_2 > a_1 > a_5$
- ③ $a_2 > a_3 > a_5$
- ④ $a_1 > a_4 > a_5$

۶۷- در مثلث ABC ، نقطه P محل هم‌رسی سه نیم‌ساز زوایای داخلی است. اگر از P عمودهایی بر اضلاع مثلث رسم کنیم و پای عمودها را E ، G و F بنامیم، نقطه P برای مثلث EFG محل هم‌رسی است.

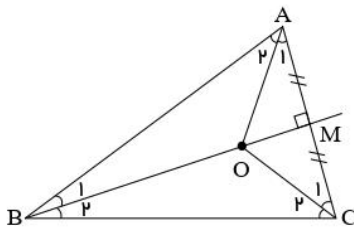
- ① نیم‌سازهای داخلی
- ② ارتفاعها
- ③ میانه‌ها
- ④ عمودمنصف‌ها



۶۸- در شکل زیر، کدام نامساوی ممکن است نادرست باشد؟

- ① $DE > AD$
- ② $DE > AC$
- ③ $AD > AB$
- ④ $AE > DC$

۶۹- در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویه A و B و عمودمنصف ضلع AC هم‌رسانند. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟



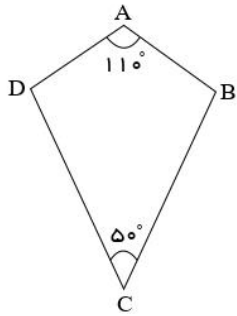
- ① $AB = AC$
- ② $AB = BC$
- ③ $AC = BC$
- ④ هیچ‌کدام

۷۰- در مثلث $AB(\hat{A} > \hat{C})$ ، نیمساز زاویه \hat{B} ، ضلع AC را در نقطه D قطع می‌کند. اگر M و M' به ترتیب وسط اضلاع AB و BC باشند، نسبت مساحت $\triangle BDM'$ به مساحت $\triangle BDM$ کدام است؟

- ① ۱
- ② ۱
- ③ بین $\frac{1}{2}$ و ۱
- ④ بزرگ‌تر از ۱



۷۱- در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، اگر $\hat{A} = 110^\circ$ و $\hat{C} = 50^\circ$ ، آنگاه نیمساز داخلی زاویه‌های B و D با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟



۲۰° (۲)

۱۵° (۱)

۴۰° (۴)

۳۰° (۳)

۷۲- در مثلث ABC که در آن $\hat{A} = 40^\circ$ نقطه ABC درون مثلث، محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها است. زاویه $B\hat{O}C$ چند درجه است؟

۱۴۰ (۴)

۱۱۰ (۳)

۸۰ (۲)

۵۰ (۱)

۷۳- در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} - \hat{B} = 30^\circ$ و $\hat{A} - \hat{C} = 45^\circ$ ، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

روی رأس A (۴)

روی ضلع BC (۳)

خارج مثلث (۲)

داخل مثلث (۱)

۷۴- یک مثلث مختلف‌الاضلاع، محیطی برابر ۱۰ واحد دارد. نیم‌سازهای داخلی دو زاویه کوچک‌تر این مثلث در نقطه P متقاطعند. اگر فاصله P از ضلع

بزرگ‌تر این مثلث ۰٫۳ واحد باشد، مساحت این مثلث چند واحد مربع است؟

۱٫۵ (۴)

۱٫۲۵ (۳)

۱ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

۷۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، AD نیمساز زاویه داخلی A و $AB < AD < AC$ است. اگر اندازه زاویه B در بازه (α, β) قرار

داشته باشد، بیشترین مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

۳۷٫۵° (۴)

۳۰° (۳)

۲۲٫۵° (۲)

۱۵° (۱)



۷۶- نقطه I درون مثلث ABC به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ از سه ضلع آن به یک فاصله است. فاصله I تا ضلع بزرگتر چند برابر طول ارتفاع وارد بر این ضلع است؟

- ① $\frac{3}{7}$
 ② $\frac{7}{9}$
 ③ $\frac{7}{18}$
 ④ $\frac{3}{14}$

۷۷- ارتفاع‌های مثلث ABC در نقطه H درون این مثلث هم‌رس هستند. اگر $B\hat{H}C = 110^\circ$ و $BH = AH$ ، آنگاه اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC کدام است؟

- ① 50°
 ② 60°
 ③ 40°
 ④ 70°

۷۸- در دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ طول قاعده کوچک (CD) با طول ساق‌ها برابر و زاویه بین دو قطر AC و BD برابر 130° است. زاویه منفرجه دوزنقه چند درجه است؟

- ① 120
 ② 150
 ③ 135
 ④ $115,5$

۷۹- اگر AD نیمساز زاویه داخلی A در مثلث ABC و $AB < AD < AC$ باشد، آنگاه اندازه زاویه A برابر کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

- ① 30°
 ② 60°
 ③ 90°
 ④ 120°

۸۰- دو تا از زاویه‌های مثلثی $x + 20^\circ$ و $3x - 15^\circ$ هستند. حدود x کدام باشد تا ارتفاع‌های این مثلث، در نقطه‌ای درون آن هم‌رس باشند؟

- ① $5^\circ < x < 35^\circ$
 ② $21,25^\circ < x < 35^\circ$
 ③ $35^\circ < x < 43,75^\circ$
 ④ $21,25^\circ < x < 43,75^\circ$



۱- در مثلثی به طول اضلاع a, b, c ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{b-c} = \frac{b+c}{a}$ ، آن گاه این مثلث لزوماً چگونه است؟

- ① قائم الزویه ② متساوی الساقین ③ قائم الزویه و متساوی الساقین ④ نه قائم الزویه و نه متساوی الساقین

۲- اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ ، آن گاه حاصل $\frac{3a+2d}{4b+6c}$ کدام است؟

- ① ۰٫۵ ② ۰٫۴ ③ ۰٫۳ ④ ۰٫۲

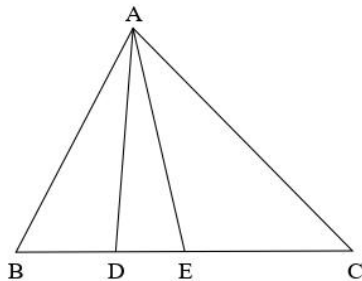
۳- اگر $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$ ، آن گاه b چه کسری از $a+c$ است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{3}{7}$

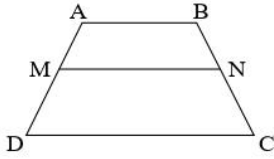
۴- در دوزنقه $ABCD$ ، نقطه M وسط قاعده CD و مساحت مثلث BCD برابر ۲۴ است. مساحت مثلث ADM کدام است؟

- ① ۱۲ ② ۱۸ ③ ۱۶ ④ ۱۴

۵- اگر در شکل زیر $EC = 2BD = 3DE$ باشد، آن گاه نسبت مساحت مثلث AEC به مساحت مثلث ABE کدام است؟



- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$



۶- در شکل زیر اگر $AB \parallel MN \parallel DC$ ، آن گاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

$$\frac{DM}{AD} = \frac{CN}{CB} \quad \text{۲}$$

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad \text{۱}$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DC} \quad \text{۴}$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \quad \text{۳}$$

۷- برای اندازه‌گیری ارتفاع یک درخت از تکه چوبی به طول 180 cm استفاده شده است. به گونه‌ای که سایه درخت و تکه چوب در یک امتداد بوده و نوک سایه‌ها برهم منطبق هستند. اگر طول سایه درخت و تکه چوب، به ترتیب ۲۵ و ۲ متر باشد، بلندی درخت چند متر است؟ (درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود هستند.)

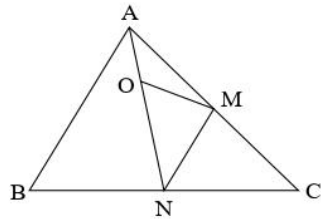
$$10 \quad \text{۴}$$

$$12 \quad \text{۳}$$

$$9.6 \quad \text{۲}$$

$$8.4 \quad \text{۱}$$

۸- در شکل زیر، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AC و BC قرار دارند. اگر $OA = 2$ و $ON = 3$ باشد، نسبت مساحت مثلث OMN به مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{3}{20} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{10} \quad \text{۱}$$

$$\frac{2}{9} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{۳}$$

۹- قطرهای چهارضلعی $ABCD$ در نقطه O متقاطع‌اند. اگر مساحت مثلث‌های OAB ، OBC و OCD به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۴ باشد، آن گاه مساحت مثلث OAD کدام است؟

$$4 \quad \text{۴}$$

$$2 \quad \text{۳}$$

$$1 \quad \text{۲}$$

$$0.5 \quad \text{۱}$$

۱۰- اگر $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5} = \frac{\sqrt{5}-5}{5}$ ، آنگاه حاصل $x + y + z$ کدام است؟

$$10 \quad \text{۴}$$

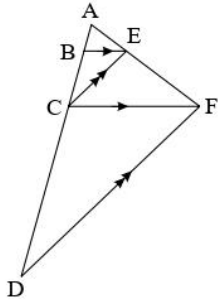
$$5 \quad \text{۳}$$

$$2\sqrt{5} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{5} \quad \text{۱}$$



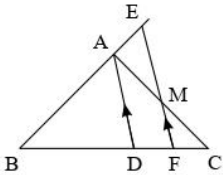
۱۱- در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ است. اگر $AB = 2$ ، $AE = 3$ و $CD = 12$ باشد، آنگاه مجموع طول پاره خطهای BC و EF کدام است؟



- ۱۱ (۷)
۱۶ (۴)

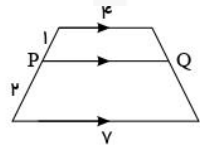
- ۱۰ (۱)
۱۴ (۳)

۱۲- در شکل زیر، از نقطه M وسط پاره خط AC ، خطی موازی AD رسم شده است. اگر $\frac{AD}{EF} = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\frac{BD}{CD}$ کدام است؟



- $\frac{1}{2}$ (۷)
 $\frac{2}{4}$ (۴)

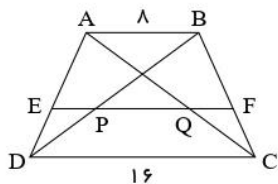
- $\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{2}{3}$ (۳)



۱۳- در شکل مقابل پاره خط PQ با قاعده‌های دوزنقه موازی است، طول آن کدام است؟

- ۴٫۷۵ (۷)
۵٫۲۵ (۴)

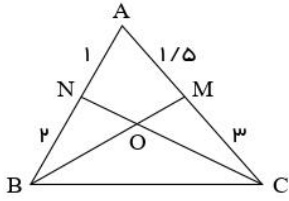
- ۴٫۵ (۱)
۵ (۳)



۱۴- مطابق شکل، در دوزنقه $ABCD$ داریم $\frac{DE}{EA} = \frac{1}{3}$ و $EF \parallel AB$. اندازه PQ کدام است؟

- ۷ (۷)
۱۰ (۴)

- ۹ (۱)
۸ (۳)



۱۵- در شکل مقابل، مساحت مثلث NBC چند برابر مساحت MBC است؟

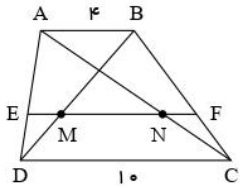
$\frac{5}{6}$ (۷)

$\frac{4}{5}$ (۱)

$\frac{6}{5}$ (۴)

۱ (۳)

۱۶- در دوزنقه شکل زیر به طول قاعده‌های ۴ و ۱۰، پاره خط EF موازی قاعده‌ها، دو قطر را در نقاط M و N قطع کرده است. اگر $MN = 3EM$ باشد، آنگاه $\frac{AE}{ED}$ کدام است؟

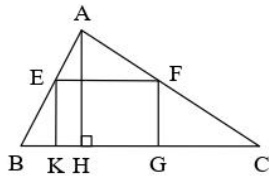


۱٫۸ (۷)

۱٫۶ (۱)

۲ (۴)

۲٫۲ (۳)



۱۷- در شکل مقابل اگر $\frac{AE}{EB} = \frac{3}{5}$ ، آنگاه نسبت مساحت مستطیل $EFGK$ به مساحت مثلث ABC کدام است؟

$\frac{5}{32}$ (۷)

$\frac{15}{64}$ (۱)

$\frac{3}{32}$ (۴)

$\frac{15}{32}$ (۳)

۱۸- در مثلث ABC از نقطه تلاقی میانه‌ها، دو خط موازی با دو ضلع AB و AC رسم کرده‌ایم تا ضلع BC را به ترتیب در نقاط E و D قطع کنند. اگر

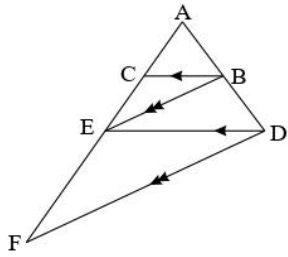
$BC = 24$ ، آنگاه اندازه DE کدام است؟

۸ (۴)

۷٫۵ (۳)

۷٫۲ (۷)

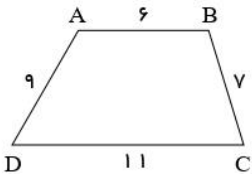
۶ (۱)



۱۹- در شکل روبه‌رو $BC \parallel DE$ و $BE \parallel DF$ است اگر $AC = 5$ و $CE = 4$ باشد. اندازه AF کدام است؟

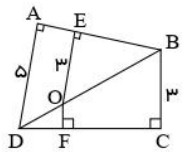
- ① ۱۶٫۴
- ② ۱۶٫۳
- ③ ۱۶٫۲
- ④ ۱۵٫۸

۲۰- در دوزنقه $ABCD$ ، اندازه اضلاع مطابق شکل داده شده است. اگر امتداد ساق‌های AC و BD یکدیگر را در نقطه M قطع کنند، محیط مثلث



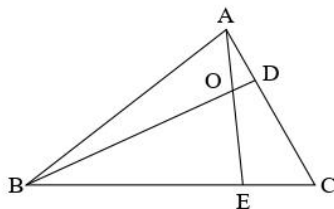
MDC کدام است؟

- ① ۴۵٫۶
- ② ۴۶٫۴
- ③ ۴۵٫۲
- ④ ۴۶٫۲



۲۱- در شکل زیر، اندازه OF کدام است؟

- ① ۱
- ② ۱٫۲
- ③ ۱٫۵
- ④ ۱٫۸

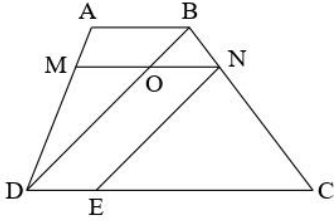


۲۲- در شکل زیر، اگر $\frac{AD}{AC} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$ باشد، نسبت $\frac{AO}{OE}$ برابر کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{2}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$



۲۳- در شکل زیر، $AB \parallel MN \parallel CD$ و $NE \parallel BD$ است. اگر $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ و $MO = ON$ باشد، آنگاه طول پاره خط CE چند برابر طول پاره خط AB است؟



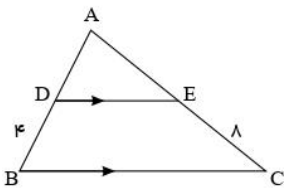
۱) ۳

۲) ۲٫۵

۳) ۲٫۲۵

۴) ۲

۲۴- در شکل زیر DE با BC موازی است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، فاصله C از AB کدام است؟



۱) $5\sqrt{3}$

۱) $3\sqrt{15}$

۲) $2\sqrt{35}$

۳) $3\sqrt{5}$

۲۵- از رأس A در مثلث غیر قائم‌الزاویه ABC ، عمودهایی بر نیمسازهای زوایای خارجی B و C رسم می‌کنیم تا آن‌ها را به ترتیب در نقاط M و N قطع کند. نسبت طول پاره خط MN به محیط مثلث ABC کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{4}$

۲۶- در مثلث ABC داریم $AB = AC = 17$ و $BC = 16$ ، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۲۵ واحد، خطی را که از رأس A موازی BC رسم شود، در نقطه D قطع می‌کند. فاصله نقطه C از خط BD ، کدام است؟

۱) ۱۰٫۲

۲) ۹٫۶

۳) ۸٫۴

۴) ۷٫۲



۲۷- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را بهم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

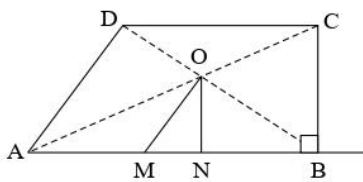
④ $\frac{3}{5}$

③ $\frac{2}{5}$

② $\frac{1}{3}$

① $\frac{1}{4}$

۲۸- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟



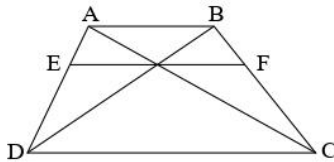
② ۲

④ بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

① ۱

③ کوچک‌تر از ۱

۲۹- در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه پاره‌خط‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه پاره‌خط EF ، کدام است؟



② $\frac{45}{6}$

④ ۷

① $\frac{45}{7}$

③ $3\sqrt{5}$

۳۰- زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۱، ۱ و ۲ متناسبند. این مثلث با مثلثی به طول اضلاع متشابه است.

④ ۱، ۱ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$

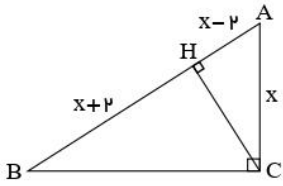
③ ۱، ۱ و $\frac{1}{2}$

② ۱، ۱ و $\sqrt{2}$

① ۲ و ۱، ۱



۳۱- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

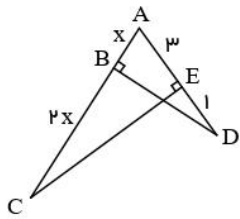
۳۲- اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه وتر برابر ۸ و فاصله بین پای میانه و ارتفاع وارد بر وتر برابر ۲ باشد، اندازه ضلع بزرگ‌تر زاویه قائمه کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)



۳۳- در شکل مقابل $\widehat{ABD} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ است. طول پاره خط BC کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

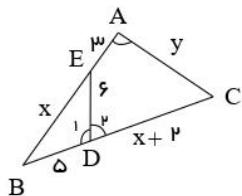
۳۴- طول ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر ۱۲ و نسبت دو قطعه ایجاد شده روی وتر توسط ارتفاع برابر $\frac{3}{4}$ است. مساحت این مثلث قائم‌الزاویه کدام است؟

۸۴ (۴)

۸۴ (۳)

۴۸ (۲)

۴۸ (۱)



۳۵- در شکل زیر اگر $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ باشد، مقدار $2x - y$ کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)



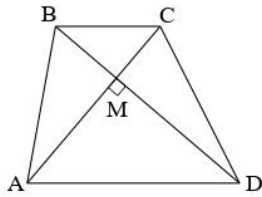
۳۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه، $AC = 6$ و $AB = 8$ است. ارتفاع AH و عمودمنصف ضلع AB را رسم می‌کنیم. اگر این عمودمنصف، ضلع BC را در D قطع کند، طول پاره‌خط DH کدام است؟

۱,۳ (۴)

۱,۴ (۳)

۱,۵ (۲)

۱,۲ (۱)



۳۷- در دوزنقه شکل زیر، اگر $AM = 9$ ، $AD = 15$ و $BM = 4$ باشد، فاصله دو قاعده دوزنقه از یکدیگر کدام است؟ ($\hat{M} = 90^\circ$)

۱۲,۸ (۲)

۹,۶ (۱)

۱۰,۴ (۴)

۸,۴ (۳)

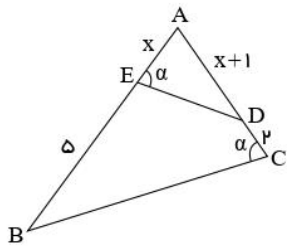
۳۸- مثلی به طول اضلاع ۲، ۴، ۵ با مثلث دیگری به طول اضلاع ۴، a و b متشابه است. بیشترین مقدار $a + b$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)



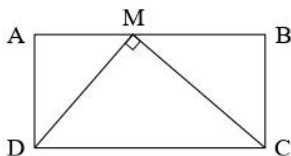
۳۹- با توجه به شکل روبه‌رو، طول BC چند برابر طول DE است؟

۱,۵ (۱)

۲ (۲)

۲,۵ (۳)

۳ (۴)



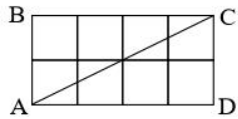
۴۰- در شکل زیر، $ABCD$ مستطیلی به عرض ۵ است. اگر $BM = 8$ ، آنگاه اندازه طول مستطیل کدام است؟

۱۲,۲۵ (۲)

۱۱,۲۵ (۱)

۱۲,۱۲۵ (۴)

۱۱,۱۲۵ (۳)



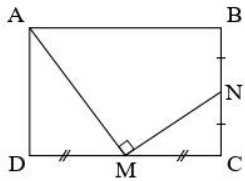
۴۱- در شکل زیر طول ضلع هریک از مربع‌های کوچک یک واحد است. فاصله D از AC چند برابر $\sqrt{5}$ است؟

(۴) $1,1$

(۳) 1

(۲) $0,9$

(۱) $0,8$



۴۲- در شکل مقابل، عرض مستطیل $ABCD$ چند برابر طول آن است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۳- در مستطیلی به ابعاد 2 و $2\sqrt{2}$ ، فاصله هر رأس از قطر مقابل آن کدام است؟

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۲) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(۱) $2\sqrt{2}$

۴۴- اگر دو قطر دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای بر هم عمود باشند، ارتفاع دوزنقه واسطه هندسی است.

(۴) ساق غیر قائم و قاعده کوچک‌تر

(۳) ساق قائم و قاعده بزرگ‌تر

(۲) قاعده‌ها

(۱) قطر‌ها

۴۵- در مثلثی به طول اضلاع 3 ، 4 و $\sqrt{7}$ ، طول کوتاه‌ترین ارتفاع چند برابر $\sqrt{7}$ است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{12}{7}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{4}{3}$



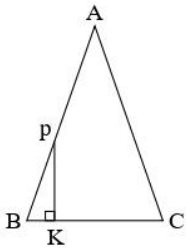
۴۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ارتفاع وارد بر وتر، دو قطعه به طول‌های ۴ و ۵ بر روی وتر ایجاد می‌کند. طول میانه‌ی وارد بر کوچک‌ترین ضلع این مثلث کدام است؟

- ① $4\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ ۸

۴۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 4$ و $AC = 6$ است. از نقطه C خطی موازی با ارتفاع AH رسم می‌کنیم تا امتداد BA را در نقطه D قطع کند. طول پاره‌خط BD کدام است؟

- ① ۱۳ ② ۱۲ ③ ۱۱ ④ ۱۰

۴۸- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، اگر $AB = 3BP$ باشد، آنگاه مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BPK است؟



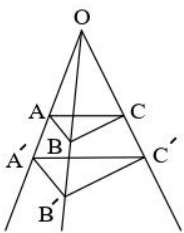
- ① ۹ ② ۱۲ ③ ۱۵ ④ ۱۸

۴۹- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۳ و ۵ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطع‌اند. فاصله M از قاعده بزرگ‌تر کدام است؟

- ① ۳ ② ۵ ③ ۶ ④ ۴

۵۰- در شکل زیر $BC \parallel B'C'$ و $AB \parallel A'B'$ است. اگر $OA = 2AA'$ باشد، مساحت چهارضلعی $ACC'A'$ چند برابر مساحت

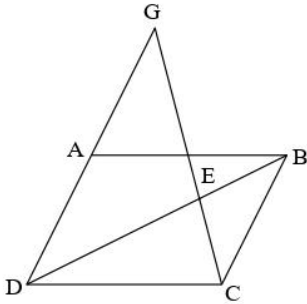
مثلث AOC است؟



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$



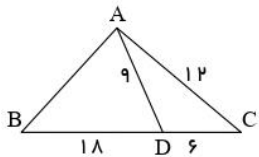
۵۱ - چهار ضلعی $ABCD$ در شکل زیر متوازی الاضلاع است. اگر $S_{BEC} = 4$ و $S_{DEG} = 16$ باشد، مساحت مثلث DEC کدام است؟



- ① 4
- ② 6
- ③ 6,4
- ④ 8

۵۲ - مثلی به اضلاع $2\sqrt{3}$ ، 6 ، $2\sqrt{6}$ با مثلث دیگری به مساحت $3\sqrt{2}$ متشابه است. کدام عدد، اندازه هیچ یک از اضلاع مثلث دوم نیست؟

- ① $\sqrt{6}$
- ② $2\sqrt{3}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{6}$

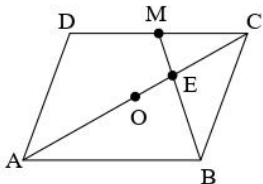


۵۳ - در شکل مقابل محیط مثلث ABD کدام است؟

- ① 50
- ② 47
- ③ 54
- ④ 45

۵۴ - در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، نقطه M وسط ضلع CD است و پاره خط BM قطر AC را در نقطه E قطع می کند. اگر O وسط قطر AC باشد، آنگاه

طول پاره خط OE چه کسری از طول قطر AC است؟



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{1}{6}$



۵۵- در مستطیل $ABCD$ ($AB = 2BC$)، از رأس A خطی عمود بر قطر BD رسم می‌کنیم تا ضلع CD را در نقطه M قطع کند نسبت DM به CM کدام است؟

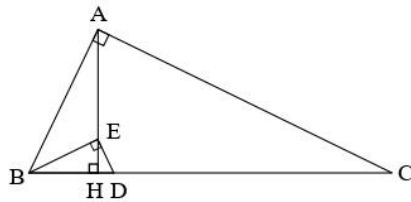
④ $\frac{2}{5}$

③ $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

① $\frac{1}{5}$

۵۶- در شکل زیر، مثلث‌های ABC و BED قائم‌الزاویه هستند. اگر $DH = 1$ و $CD = 8$ باشد، آنگاه طول پاره‌خط EH چه کسری از طول پاره‌خط AE است؟



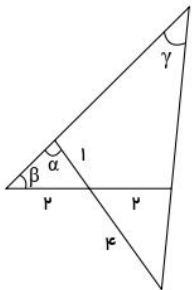
② $\frac{1}{2}$

① $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

۵۷- با توجه به شکل زیر، کدام رابطه درست است؟



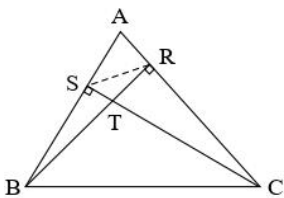
① $\gamma = \alpha - \beta$

② $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

③ $\alpha + \beta = 90^\circ + \gamma$

④ $2\gamma = \alpha + \beta$

۵۸- در شکل روبه‌رو BR و CS ارتفاع‌های مثلث ABC هستند. کدام دو مثلث متشابه نیستند؟

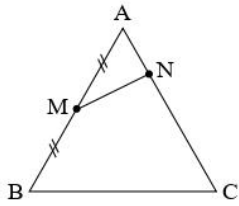


② BST و CRT

① ACS و ABR

④ ASR و ABC

③ BRS و CRS



۵۹- در شکل زیر نقطه M وسط ضلع AB است. اگر $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ و $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{7}$ ، آن گاه نسبت $\frac{MN}{BC}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{7}$ (۱)

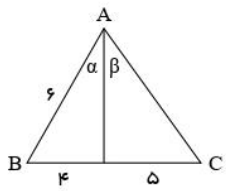
۶۰- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام تساوی برقرار است؟

$\hat{B} = \beta$ (۱)

$\hat{C} = \alpha$ (۲)

$\hat{C} = \beta$ (۳)

$\hat{B} = \alpha$ (۴)



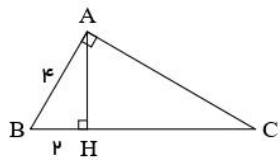
۶۱- مثلث ABC در رأس A قائمه است. مطابق شکل، اگر $AB = 4$ و $BH = 2$ باشد، طول میانه وارد از رأس B بر ضلع AC کدام است؟

$4\sqrt{3}$ (۱)

۸ (۲)

$2\sqrt{7}$ (۳)

۱۰ (۴)



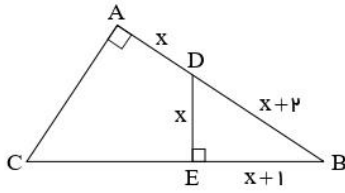
۶۲- در مثلث ABC که در آن $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = 3$ و $AC = 4$ ، اگر AM و AH به ترتیب ارتفاع و میانه وارد بر ضلع بزرگ‌تر باشند، طول عمودی که از نقطه H بر AM رسم می‌شود، کدام است؟

$\frac{7}{10}$ (۱)

$\frac{84}{125}$ (۲)

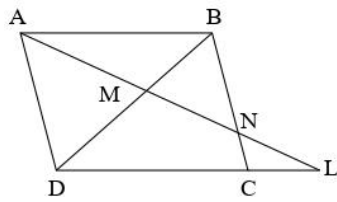
$\frac{25}{84}$ (۳)

$\frac{18}{125}$ (۴)



۶۳- در شکل مقابل دو زاویه A و E قائمه‌اند. اندازه ضلع AC کدام است؟

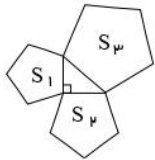
- ۱) ۴
 ۲) ۶
 ۳) ۸
 ۴) ۱۰



۶۴- در شکل زیر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. اگر $AM = ۸$ و $NL = ۱۲$ باشد، طول MN کدام است؟

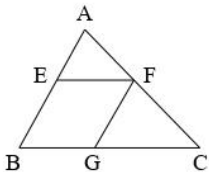
- ۱) ۴
 ۲) ۸
 ۳) ۶
 ۴) $۲\sqrt{۲}$

۶۵- در شکل زیر سه پنج‌ضلعی منتظم با مساحت‌های $S_۱$ ، $S_۲$ و $S_۳$ روی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرده‌ایم. کدام رابطه بین مساحت‌ها برقرار است؟

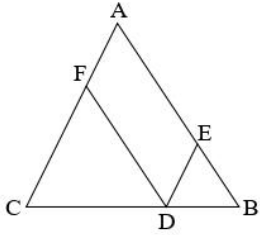


- ۱) $S_۳^۲ = S_۱^۲ + S_۲^۲$
 ۲) $S_۳^۲ = S_۱ \times S_۲$
 ۳) $\sqrt{S_۳} = \sqrt{S_۱} + \sqrt{S_۲}$
 ۴) $S_۳ = S_۱ + S_۲$

۶۶- در شکل زیر چهارضلعی $EFGB$ متوازی‌الاضلاع است. اگر مساحت مثلث AEF را $S_۱$ و مساحت مثلث FGC را $S_۲$ بنامیم، مساحت متوازی‌الاضلاع $EFGB$ کدام است؟



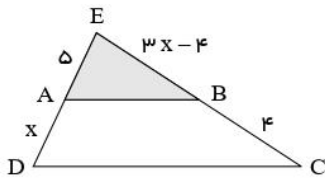
- ۱) $S_۱ + S_۲$
 ۲) $(\sqrt{S_۱} + \sqrt{S_۲})^۲$
 ۳) $\sqrt{S_۱ S_۲}$
 ۴) $۲\sqrt{S_۱ S_۲}$



۶۷- در شکل زیر اگر $AF = 2AC$ باشد، مساحت متوازی الاضلاع $AEDF$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

- (۲) $\frac{24}{49}$
- (۴) $\frac{19}{49}$

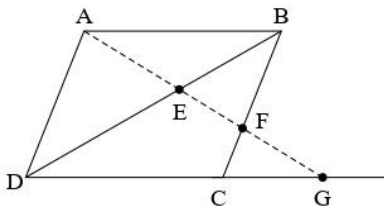
- (۱) $\frac{25}{49}$
- (۳) $\frac{20}{49}$



۶۸- در شکل زیر، مساحت ذوزنقه $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟

- (۲) $\frac{16}{9}$
- (۴) $\frac{26}{25}$

- (۱) $\frac{9}{4}$
- (۳) $\frac{25}{16}$

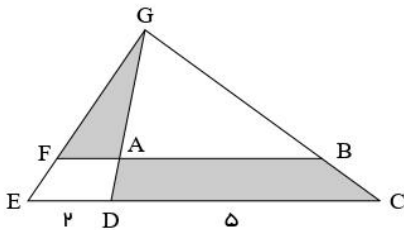


۶۹- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟

- (۲) ED^2
- (۴) $FB \times FC$

- (۱) EA^2
- (۳) $EB \times ED$

۷۰- در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند، مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟



است $ABCD$ ؟

- (۱) ۴۰
- (۲) ۳۶
- (۳) ۳۲
- (۴) ۲۴



۱ - عکس کدام یک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

- ① در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به هر قاعده، هم‌اندازه‌اند.
 ② در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرهای مساوی یکدیگرند.
 ③ در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل هم هستند.
 ④ در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل هم هستند.

۲ - در کدام چند ضلعی محدب، تعداد قطرهای سه برابر تعداد اضلاع است؟

- ① ۷ ضلعی ② ۸ ضلعی ③ ۹ ضلعی ④ ۱۰ ضلعی

۳ - کدام گزینه نادرست است؟

- ① در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند.
 ② چهار ضلعی که دو ضلع برابر و دو زاویه برابر دارد متوازی‌الاضلاع است.
 ③ در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو و زاویه‌های روبه‌رو برابرند.
 ④ چهار ضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

۴ - از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی، یک مستطیل ایجاد می‌شود؟

- ① هر چهارضلعی دلخواه ② لوزی ③ دوزنقه متساوی الساقین ④ متوازی‌الاضلاع با اضلاع مجاور متفاوت

۵ - در مثلث ABC ، زاویه A قائمه و AM میانه است. اگر $\angle AMB = 70^\circ$ ، آنگاه اندازه زاویه \hat{C} کدام است؟

- ① 35° ② 30° ③ 25° ④ 40°

۶ - کدام یک از خواص زیر فقط مختص لوزی نیست؟

- ① قطرهای عمود منصف هم هستند.
 ② طول‌های چهارضلع برابرند.
 ③ قطرهای نیمساز زاویه‌های داخلی هستند.
 ④ قطرهای بر هم عمودند.



۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، زاویه بین نیم‌ساز زاویه \hat{A} و میانه وارد بر وتر 20° است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC کدام است؟

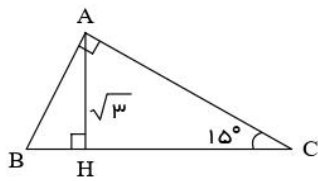
۲۰° (۴)

۳۵° (۳)

۲۵° (۲)

۳۰° (۱)

۸- در شکل روبه‌رو، مساحت مثلث ABC کدام است؟



$4\sqrt{3}$ (۲)

۱۲ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۴)

۶ (۳)

۹- مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، با زاویه $\hat{B} = 60^\circ$ مفروض است. اگر AM میانه و AH ارتفاع وارد بر وتر و $MH = a$ باشد، طول وتر مثلث ABC کدام است؟

$(2\sqrt{3}+1)a$ (۴)

$4a$ (۳)

$2a$ (۲)

$\frac{3a}{2}$ (۱)

۱۰- عکس کدام یک از قضیه‌های زیر همواره درست است؟

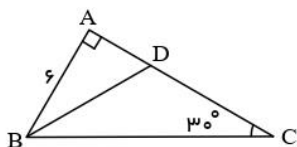
(۲) هر قطر یک مربع، نیمساز زوایای دو سر آن قطر است.

(۱) هر قطر یک لوزی، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند.

(۴) در هر لوزی، یکی از قطرهای عمود منصف قطر دیگر است.

(۳) در هر مستطیل، قطرهای برابر و منصف یکدیگرند.

۱۱- در شکل زیر، اگر BD نیمساز زاویه B باشد، آنگاه طول پاره‌خط CD کدام است؟



$4\sqrt{3}$ (۲)

۶ (۱)

$6\sqrt{3}$ (۴)

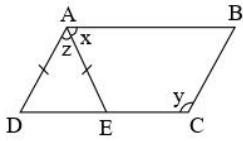
۹ (۳)



۱۲- کدام یک از عبارات‌های زیر، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

- ① چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.
 ② چهارضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند.
 ③ چهارضلعی که زوایای مجاور در آن مکمل باشند.
 ④ چهارضلعی که اضلاع روبه‌روی هم در آن مساوی باشند.

۱۳- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = AE$ و $ay + z = 120^\circ$ آن گاه x چند درجه است؟



- ① ۶۵
 ② ۷۰
 ③ ۷۵
 ④ ۸۰

۱۴- در مثلث ABC که در رأس A قائم‌الزاویه است، $\hat{B} = 30^\circ$ و فاصلهٔ بین پای ارتفاع وارد بر وتر و میانهٔ وارد بر وتر برابر ۱ است. مساحت این مثلث کدام است؟

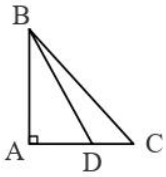
- ① $2\sqrt{2}$
 ② $2\sqrt{3}$
 ③ ۴
 ④ $2\sqrt{5}$

۱۵- طول یک مستطیل، $\sqrt{3}$ برابر عرض آن است. وسط‌های اضلاع این مستطیل را به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. بزرگ‌ترین زاویهٔ چهارضلعی حاصل چند درجه است؟

- ① ۶۰
 ② ۹۰
 ③ ۱۲۰
 ④ ۱۵۰

۱۶- از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی محدب، یک مستطیل حاصل شده است. این چهارضلعی محدب لزوماً:

- ① لوزی است.
 ② متوازی‌الاضلاع است.
 ③ قطرهای برابر دارد.
 ④ قطرهای عمود بر هم دارد.



۱۷- در شکل زیر مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. اگر $BD = 2$ و $\widehat{DBC} = 15^\circ$ باشد، اندازه DC کدام است؟

(۲) $\sqrt{2}-1$

(۱) $\sqrt{3}-1$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۸- محیط یک لوزی ۱۰۰ واحد است. اگر نیمسازهای دو زاویه مجاور آن در نقطه O متقاطع باشند و فاصله O از رأس یکی از این زاویه‌ها برابر ۷ باشد، آن‌گاه فاصله O از رأس زاویه دیگر کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۱۸

(۲) ۲۴

(۱) ۲۵

۱۹- روی محیط مستطیل $ABCD$ نقطه‌ای وجود دارد که از AD ، AB و BC به یک فاصله است. نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

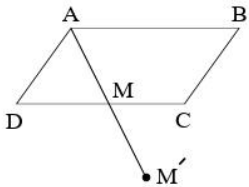
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) $\frac{3}{2}$

۲۰- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ از رأس A به نقطه M ، وسط CD وصل کرده و AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه M' به دست آید. کدام گزینه همواره درست است؟



(۲) $\widehat{AMD} = \widehat{MM'C}$

(۱) M' ، C و B روی یک امتداد قرار دارند.

(۴) $\widehat{ADM} = \widehat{MM'C}$

(۳) $M'D = M'B$

۲۱- رابطه $a > 2b$ بین طول و عرض مستطیل $ABCD$ برقرار است. از تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی این مستطیل، یک چهارضلعی پدید می‌آید. محل نراریری رأس‌های این چهارضلعی چگونه است؟ (a طول و b عرض مستطیل است.)

(۲) بیرون $ABCD$ واقع می‌شود.

(۱) درون $ABCD$ واقع می‌شود.

(۴) دو رأس درون و دو رأس روی محیط $ABCD$ واقع می‌شود.

(۳) دو رأس بیرون و دو رأس درون $ABCD$ واقع می‌شود.



۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، نقاط H و M به ترتیب پای ارتفاع و میانه وارد بر وتر هستند. اگر $MH = \frac{\sqrt{3}}{3} BM$ و مساحت مثلث

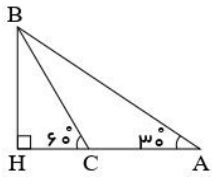
AMH برابر $\sqrt{2}$ باشد، طول وتر BC کدام است؟

۴ $\sqrt{2}$ (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)



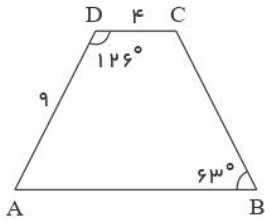
۲۳- در شکل زیر اگر $AB = 12$ باشد، طول AC برابر کدام است؟

$4\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)



۲۴- در دوزنقه $ABCD$ ، طول قاعده AB کدام است؟

۱۰ (۱)

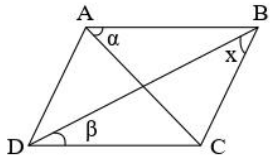
۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۵ (۴)

۲۵- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، دو قطر AC و BD را رسم می‌کنیم. اگر $BD = 2BC$ و مجموع دو زاویه α و β برابر با 65° باشد، آنگاه اندازه

زاویه x کدام است؟



45° (۲)

40° (۱)

55° (۴)

50° (۳)



۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زاویه‌های حاده آن 75° است، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها از ارتفاع وارد بر وتر، چه کسری از طول وتر است؟

$\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۷- از پنج رأس متوالی یک n ضلعی محدب در مجموع ۲۴ قطر می‌گذرد. از چهار رأس متوالی این n ضلعی در مجموع چند قطر عبور می‌کند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۲۲ (۲)

۱۷ (۱)

۲۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه \hat{A} قائمه است و $\hat{C} = 22,5^\circ$. طول وتر این مثلث، چند برابر طول کوچک‌ترین ارتفاع آن است؟

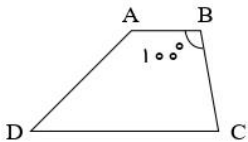
$2\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

۲۹- در دوزنقه $ABCD$ ، اندازه ضلع CD برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع AB و BC است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



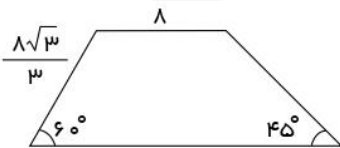
۱۱۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۳۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۳۰- طول قطر بزرگ‌تر دوزنقه شکل مقابل کدام است؟



$9\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{5}$ (۱)

$6\sqrt{5}$ (۴)

$4\sqrt{10}$ (۳)



۳۱- وسط‌های اضلاع یک لوزی به طول ضلع ۵ را به‌طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. محیط چهارضلعی حاصل کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

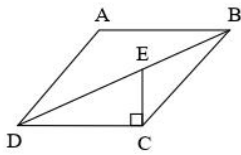
۱۱ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۳۲- در شکل روبه‌رو $ABCD$ لوزی و EC بر CD عمود است. اگر $DE = 2AC$ ، آنگاه زاویه حاده این لوزی چند درجه است؟



۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۳۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، پاره‌خط AM میانه وارد بر وتر است. اگر عمود منصف BM از A بگذرد، آنگاه فاصله نقطه وسط CM از امتداد

AM ، چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

$\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳۴- در چهارضلعی $ABCD$ ، وسط‌های دو ضلع AB و CD را به وسط‌های دو قطر وصل می‌کنیم تا یک چهارضلعی جدید پدید آید. با کدام شرط، این

چهارضلعی جدید، یک مستطیل است؟

(۲) اضلاع BC و CD برهم عمود باشند.

(۱) اضلاع AB و BC برهم عمود باشند.

(۴) امتداد اضلاع AB و CD برهم عمود باشند.

(۳) امتداد اضلاع AD و BC برهم عمود باشند.



۳۵- در چهارضلعی $ABCD$ ، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

- ① دو ضلع غیرمجاور، دیگر، برابرند.
 ② دو قطر عمود برهم‌اند.
 ③ دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
 ④ دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

۳۶- روی محیط یک چندضلعی شبکه‌ای، ۱۸ نقطه و درون آن ۳ نقطه قرار دارد. مساحت این چندضلعی کدام است؟

- ① ۱۵ ② $۱۳٫۵$ ③ ۱۱ ④ $۱۸٫۵$

۳۷- در مثلث ABC اگر O نقطهٔ هم‌رسمی میانه‌ها باشد، سه مثلث OAB و OBC و OAC همواره نسبت به هم کدام حالت را دارند؟

- ① هم‌نهشت ② متشابه ③ هم‌مساحت ④ غیرمشخص

۳۸- مجموع فواصل هر نقطهٔ داخل یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن چند برابر طول مثلث است؟

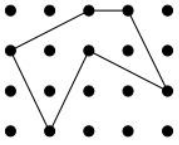
- ① ۱ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ ۱٫۵ ④ $\sqrt{2}$

۳۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۳ واحد است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

- ① ۴ ② ۶ ③ ۸ ④ ۱۲



۴۰ - مساحت چندضلعی شبکه‌ای شکل مقابل کدام است؟



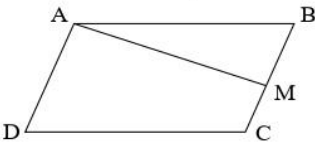
۴ (۲)

۷ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴۱ - متوازی‌الاضلاع $ABCD$ با مساحت ۲۴ واحد مربع و نقطه M وسط ضلع BC مفروض‌اند. مساحت چهارضلعی $AMCD$ کدام است؟



۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۱۵ (۴)

۲۰ (۳)

۴۲ - در مثلث متساوی‌الاضلاعی که مقدار عددی محیط و مساحت آن یکسان است، مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث از سه ضلع آن کدام است؟

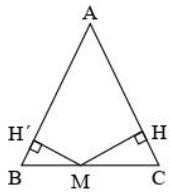
۶ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

۴ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۱)

۴۳ - با توجه به شکل زیر، اگر مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC = 6$) برابر ۱۵ و $MH = 2MH'$ باشد، آنگاه طول MH کدام است؟



۲٫۵ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

۵ (۴)

$\frac{10}{3}$ (۳)

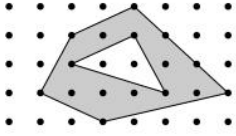
۴۴ - مساحت یک مثلث شبکه‌ای برابر $\frac{7}{2}$ واحد است. حداکثر مجموع تعداد نقاط مرزی و داخلی این مثلث کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



۴۵- در شکل زیر، مساحت سایه زده کدام است؟

۲) $\frac{21}{2}$

۴) ۱۱

۱) $\frac{27}{2}$

۳) ۱۲

۴۶- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطه‌ی حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای است؟

۴) ۴٫۵

۳) ۳٫۵

۲) ۲٫۵

۱) ۱٫۵

۴۷- در ساق مثلث متساوی الاضلاع به مساحت $3\sqrt{3}$ ، اگر فاصله نقطه M درون مثلث از اضلاع AB و AC به ترتیب برابر $\frac{3}{8}$ و $\frac{15}{8}$ باشد، آنگاه فاصله نقطه M از ضلع BC کدام است؟

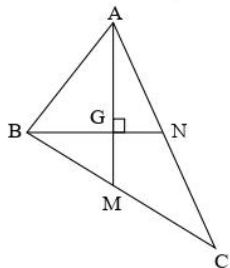
۴) $\frac{7}{4}$

۳) $\frac{5}{4}$

۲) $\frac{3}{4}$

۱) $\frac{1}{4}$

۴۸- در شکل زیر، G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $GM = 2$ و $CN = 5$ باشد، آنگاه مساحت مثلث ABC کدام است؟



۲) ۱۸

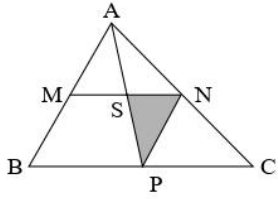
۴) ۳۶

۱) ۱۲

۳) ۲۴



۴۹- در شکل زیر M ، N و P وسط اضلاع مثلث ABC هستند. مساحت مثلث SNP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

$\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

۵۰- در یک دوزنقه قائم‌الزاویه قطرهای بر هم عمودند و طول قاعده‌ها ۳ و ۱۲ است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

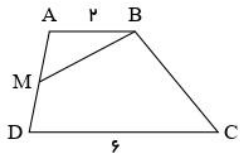
۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۵۱- در شکل مقابل M وسط AD است. مساحت مثلث ABM چه کسری از مساحت این دوزنقه است؟



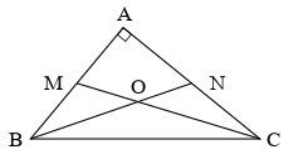
$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

۵۲- در شکل روبه‌رو M وسط $AB = ۳$ و N وسط $AC = ۴$ است. اگر زاویه A قائمه باشد، فاصله O از BC کدام است؟



۰٫۶ (۲)

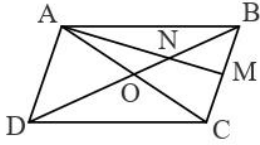
۰٫۴ (۱)

۱ (۴)

۰٫۸ (۳)



۵۳- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M وسط BC است. نسبت مساحت مثلث BMN به مساحت چهارضلعی $NMCD$ کدام است؟



$\frac{1}{5}$ (۷)

$\frac{1}{6}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

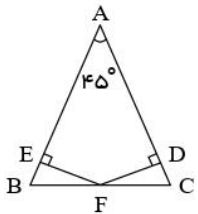
۵۴- از مثلث ABC ، دو میانه $AM = ۹$ و $BM' = ۱۲$ معلوم‌اند. طول ضلع BC کدام می‌تواند باشد؟

۲۲ (۴)

۱۶ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)



۵۵- در شکل مقابل، اگر $AB = AC = ۱۲$ ، آن‌گاه حاصل $FE + FD$ کدام است؟

$۴\sqrt{۲}$ (۷)

۴ (۱)

$۶\sqrt{۲}$ (۴)

۶ (۳)

۵۶- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۶ واحد، O نقطه هم‌رسی ارتفاع است. فاصله نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث BOC از نقطه O کدام است؟

۴ (۴)

$۲\sqrt{۳}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{۳}$ (۱)



۵۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه حاده 75° ، طول میانه وارد بر وتر ۸ است. مساحت این مثلث کدام است؟

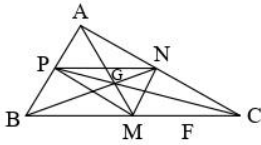
۸۰ (۴)

۶۴ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

۵۸- M ، N و P وسط‌های اضلاع مثلث ABC مطابق شکل‌اند. مساحت مثلث NMC ، چند برابر مساحت مثلث AGC است؟



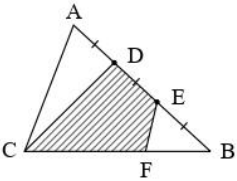
$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

۵۹- در شکل مقابل $AD = DE = EB$ و $CF = 2BF$ است. اگر مساحت مثلث ABC ، ۱۴۴ واحد مربع باشد، مساحت چهارضلعی $DEFC$ کدام است؟



۷۶ (۲)

۷۲ (۱)

۸۴ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰- مساحت یک چند ضلعی شبکه‌ای $\frac{17}{2}$ واحد است. حداکثر تعداد نقاط درونی این چند ضلعی شبکه‌ای کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)



۶۱- در مثلث قائم‌الزاویه $(\hat{C} = 5\hat{B}, \hat{A} = 90^\circ)$ ، از نقطه H پای ارتفاع وارد بر وتر، دو عمود HE و HD به ترتیب بر اضلاع AC و AB رسم شده است. نسبت مساحت چهارضلعی $ADHE$ به مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{16}$

۶۲- در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ $(\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ)$ ، اگر $AB = 2$ ، $AD = 3$ ، $CD = 4$ و O محل تلاقی قطرهای باشد، آنگاه مساحت مثلث OBC کدام است؟

- ① ۲ ② ۲٫۵ ③ ۳ ④ ۴

۶۳- اگر تعداد نقاط مرزی، درونی و مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای به ترتیب ۴، ۳ و ۴ برابر یک چندضلعی شبکه‌ای دیگر باشد، حداقل مساحت چندضلعی شبکه‌ای کوچکتر کدام است؟

- ① ۳ ② ۳٫۵ ③ ۴ ④ ۴٫۵

۶۴- در مثلث ABC زاویه بین دو میانه $AM = 4$ و $BN = 8$ ، 60° است. طول ضلع AC کدام است؟

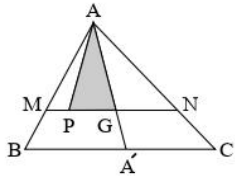
- ① $\frac{16}{3}$ ② ۶ ③ $\frac{20}{3}$ ④ ۸

۶۴- در مثلث ABC زاویه بین دو میانه $AM = 4$ و $BN = 8$ ، 60° است. طول ضلع AC کدام است؟

- ① $\frac{16}{3}$ ② ۶ ③ $\frac{20}{3}$ ④ ۸



۶۵- در شکل زیر نقطه G محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ و $GP = 3MP$ است. مساحت مثلث هاشورخورده چه کسری از مساحت



مثلث ABC است؟

۲/۹ (۲)

۱/۴ (۱)

۱/۸ (۴)

۱/۶ (۳)

۶۶- مثلث متساوی‌الاضلاع DEF به گونه‌ای در داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار گرفته است که رئوس آن بر اضلاع مثلث ABC قرار داشته و ضلع DE بر ضلع BC عمود است. نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC کدام است؟

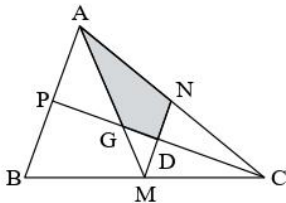
$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴)

۱/۲ (۳)

۱/۳ (۲)

۱/۴ (۱)

۶۷- در شکل زیر، نقاط M ، N و P به ترتیب وسط اضلاع BC ، AC و AB هستند. مساحت چهارضلعی $AGDN$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۵/۲۴ (۲)

۳/۱۶ (۱)

۱/۴ (۴)

۱۱/۴۸ (۳)

۶۸- اندازه اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

۳۹ (۴)

۴۵ (۳)

۵۶ (۲)

۶۰ (۱)



۶۹- طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از ۱٫۵ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۵۶ (۲)

۵۲ (۱)

۷۰- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

$\sqrt{۵۷}$ (۴)

$۴\sqrt{۳}$ (۳)

$\sqrt{۵۳}$ (۲)

۷ (۱)



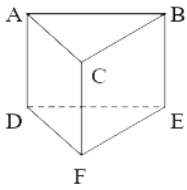


۱- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح نیست؟

- ① هر گاه خطی با فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع موازی باشد با خود آن دو صفحه نیز موازی است.
 ② اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد با صفحه‌ی گذرنده از آن دو خط متقاطع نیز موازی است.
 ③ هر گاه سه صفحه‌ی متمایز دوه‌دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد.
 ④ هر خط واقع بر یکی از دو صفحه‌ی متمایز موازی با صفحه‌ی دیگر موازی است.

۲- از یک نقطه خارج یک صفحه به ترتیب از راست به چپ، چند خط و چند صفحه موازی با صفحه مفروض می‌توان رسم کرد؟

- ① یک - یک ② یک - بی‌شمار ③ بی‌شمار - بی‌شمار ④ بی‌شمار - یک



۳- در منشور سه پهلوی مقابل تعداد جفت جفت یال‌های متمایز دوه‌دو متنافر کدام است؟

- ① ۸ ② ۶
 ③ ۱۲ ④ ۹

۴- دو خطی که در یک صفحه قرار نگیرند، نامیده می‌شوند.

- ① متقاطع ② متنافر ③ موازی ④ عمودبرهم

۵- هر یال یک مکعب با m یال آن متقاطع و با n یال آن متنافر است، حاصل $m + n$ کدام است؟

- ① ۴ ② ۶ ③ ۸ ④ ۱۰

۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) از هر نقطه داخل یک صفحه، بی‌شمار خط می‌گذرد.

(ب) در صفحه از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متقاطع با آن خط می‌گذرد.

(پ) در فضا از هر نقطه، بی‌شمار صفحه می‌گذرد.

(ت) در فضا از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط موازی با خط اولیه می‌گذرد.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۷- از یک نقطه خارج یک صفحه، به ترتیب از راست به چپ، چند خط و چند صفحه موازی با صفحه مفروض می‌توان رسم کرد؟

- ① یک - یک ② یک - بی‌شمار ③ بی‌شمار - بی‌شمار ④ بی‌شمار - یک

۸- دو خط d_1 و d_2 متقاطع هستند و صفحه P با خط d_1 موازی است (d_1 خارج صفحه P است). در این صورت وضعیت خط d_2 و صفحه P نسبت به هم چگونه است؟

① فقط متقاطع هستند. ② خط d_2 موازی P ولی خارج آن است.

③ هر دو حالت موازی یا متقاطع امکان‌پذیر است. ④ خط d_2 به تمامی درون صفحه P قرار دارد.

۹- در یک هرم با قاعده مثلث، چند جفت یال متنافر وجود دارد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۱۰- از یک نقطه خارج یک صفحه به ترتیب از راست به چپ چند خط و چند صفحه عمود بر صفحه مفروض می‌توان رسم کرد؟

- ① یک - یک ② بی‌شمار - یک ③ یک - بی‌شمار ④ بی‌شمار - بی‌شمار



۱۱- اگر سه صفحه دوجه دو متقاطع باشند، فصل مشترک‌های آن‌ها چگونه است؟

- ① هر سه حالت امکان‌پذیر است. ② موازی ③ گذرا بر یک نقطه ④ منطبق

۱۲- یک قطر یکی از وجه‌های مکعبی را به دلخواه در نظر می‌گیریم. این قطر با چه تعداد از یال‌های این مکعب متناخر است؟

- ① ۲ ② ۴ ③ ۶ ④ ۸

۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- ① اگر خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.
 ② اگر خطی با یکی از دو خط متنافر موازی باشد، لزوماً با خط دیگر متنافر است.
 ③ از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه مفروض عمود رسم کرد.
 ④ از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با خط مفروض می‌توان رسم کرد.

۱۴- خط L هر دو صفحه متقاطع P و P' را قطع کرده است. اگر Δ فصل مشترک دو صفحه باشد، وضعیت L و Δ کدام نمی‌تواند باشد؟

- ① متعام ② متقاطع ③ موازی ④ متنافر

۱۵- نقاط A_1, A_2, A_3, A_4 در فضا طوری هستند که هیچ صفحه‌ای از هر چهارتای آن‌ها، نمی‌گذرد. اگر A_1 را به A_2 و A_3 را به A_4 وصل کنیم، دو خط به وجود آمده نسبت به هم چگونه‌اند؟

- ① موازی ② متنافر ③ متقاطع ④ منطبق

۱۶- خط L_1 در صفحه P_1 و خط L_2 در صفحه P_2 قرار دارند. اگر L_1 و L_2 متقاطع باشند. آن‌گاه:

- ① P_1 و P_2 لزوماً منطبق‌اند. ② P_1 و P_2 لزوماً متقاطع‌اند. ③ P_1 و P_2 موازی‌اند. ④ P_1 و P_2 لزوماً متقاطع یا منطبق‌اند.

۱۷- دو صفحه متقاطع P و Q برهم عمودند و فصل مشترک آن‌ها خط d است. گزینه نادرست کدام است؟

- ① هر صفحه موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.
 ② هر صفحه عمود بر P ، با صفحه Q موازی است.
 ③ هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.
 ④ صفحه گذرنده از خط d و عمود بر P ، بر صفحه Q منطبق است.

۱۸- کدام یک از گزاره‌های زیر در فضا همواره درست است؟

- ① دو خط متمایز عمود بر یک خط، باهم موازی‌اند.
 ② دو خط متمایز موازی با یک صفحه، باهم موازی‌اند.
 ③ دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه، باهم موازی‌اند.
 ④ دو صفحه متمایز عمود بر یک خط، باهم موازی‌اند.

۱۹- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- ① اگر خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.
 ② اگر خطی با یکی از دو خط متنافر موازی باشد، لزوماً با خط دیگر متنافر است.
 ③ از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.
 ④ از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با خط مفروض می‌توان رسم کرد.

۲۰- خط d ، صفحه P و نقطه A غیر واقع بر آن‌ها مفروض‌اند. در کدام یک از موارد زیر، بیش از یک خط یا صفحه می‌توان رسم کرد؟

- ① خطی که از A بگذرد و با d موازی باشد.
 ② خطی که از A بگذرد و بر صفحه P عمود باشد.
 ③ خطی که از A بگذرد و با صفحه P موازی باشد.
 ④ صفحه‌ای که از d بگذرد و بر P عمود باشد. (درحالتی که d بر صفحه P عمود نیست.)



۲۱- کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً درست نیست؟

- ① اگر خطی غیر واقع بر دو صفحه متقاطع، با فصل مشترک این دو صفحه، موازی باشد، با هر کدام از آن دو صفحه نیز موازی است.
 ② اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، آن‌گاه هر خط عمود بر یکی از این دو صفحه که در صفحه غیر واقع نیست، با صفحه دیگر موازی است.
 ③ اگر سه صفحه، دوه‌به‌دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه است.
 ④ اگر دو صفحه متمایز موازی یکدیگر باشند، هر خط واقع بر یک صفحه، با صفحه دیگر موازی است.

۲۲- اگر دو صفحه P و P' متقاطع باشند و خط d در صفحه P واقع باشد، آن‌گاه خط d و صفحه P' کدام وضعیت را دارند؟

- ① d و P' متقاطع‌اند. ② d و P' موازی‌اند. ③ d بر P' واقع است. ④ هر سه گزینه امکان‌پذیر است.

۲۳- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ① دو خط متمایز عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند. ② دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه، با هم موازی‌اند.
 ③ دو خط متمایز موازی با یک صفحه، با هم موازی‌اند. ④ دو صفحه متمایز عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

۲۴- کدام گزینه درست نیست؟

- ① اگر دو صفحه متقاطع بر یک صفحه عمود باشند، فصل مشترک آن‌ها بر آن صفحه عمود است.
 ② اگر یکی از دو صفحه متقاطع، بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است.
 ③ اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه که بر یکی از این دو صفحه عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.
 ④ اگر صفحه‌ای بر فصل مشترک دو صفحه متقاطع عمود باشد، بر هر دو صفحه عمود است.

۲۵- دو خط موازی D و D' به تمامی در صفحه P قرار دارند و خط Δ با این خط متنافر و با صفحه P متقاطع است. چند خط وجود دارد که سه خط D ، D' و Δ را قطع کند؟

- ① یک ② دو ③ حداکثر یک ④ بی‌شمار

۲۶- خطوط d_1 و d_2 به ترتیب موازی و متقاطع با صفحه P هستند. چند خط در فضا وجود که با صفحه موازی باشد و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند؟

- ① هیچ ② ۱ ③ ۲ ④ بی‌شمار

۲۷- دو خط d و d' هر دو بر خط l عمودند. کدام ویژگی لزوماً در مورد d و d' درست است؟

- ① با صفحه‌ای موازی l موازی‌اند. ② بر صفحه‌ای موازی l عمودند. ③ با صفحه‌ای عمود بر l موازی‌اند. ④ بر صفحه‌ای عمود بر l عمودند.

۲۸- در کدام دو حالت دو خط متمایز D و D' در فضا، با هم موازی‌اند؟

- ① D و D' در دو نقطه متمایز بر خط معلوم Δ عمود باشند. ② D و D' با صفحه P موازی باشند.
 ③ D و D' بر صفحه P عمود باشند. ④ D بر صفحه معلوم P و D' بر خط Δ واقع در صفحه P عمود باشد.

۲۹- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- ① اگر خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.
 ② اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، لزوماً با خط دیگر متنافر است.
 ③ از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با خط مفروض می‌توان رسم کرد.
 ④ از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان عمود بر صفحه مفروض رسم کرد.

۳۰- دو خط متنافر d و d' با صفحه P متقاطع هستند. چند خط یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحه P موازی باشد؟

- ① بی‌شمار ② یک ③ دو ④ هیچ

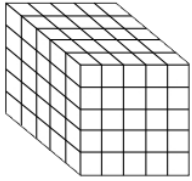
۳۱- نقطه A و خط d و صفحه P مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطه A ، موازی خط d و عمود بر صفحه P ، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟

- ① $d \cap P = d$ ② $d \cap P \neq \emptyset$ ③ $d \parallel P$ ④ $d \perp P$



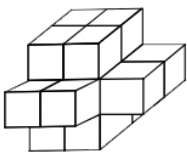
۳۲- خط d و صفحه P و نقطه A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه A ، موازی صفحه P و متقاطع با خط d ، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

- ① الزاماً عمود ② منطبق ③ موازی ④ متقاطع

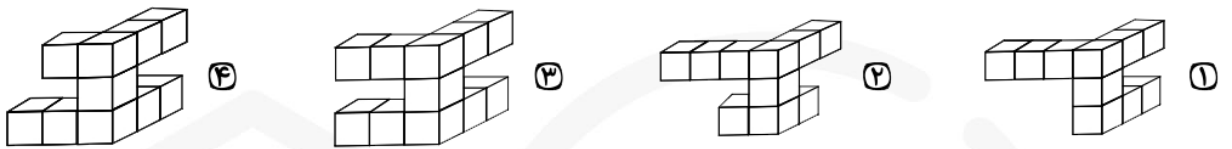


۳۳- هر شش وجه شکل زیر را رنگ آمیزی کرده ایم. چند مکعب کوچک وجود دارد که فقط دو وجه آن رنگ شده باشد؟

- ① ۱۸ ② ۲۷
③ ۳۶ ④ ۷۴



۳۴- با اضافه کردن کدامین گزینه به سازه داده شده، یک مکعب کامل خواهیم داشت؟

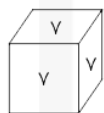


۳۵- تمام وجه های مکعب شکل زیر را رنگ آمیزی می کنیم. تعداد مکعب های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند، چقدر بیشتر از تعداد مکعب های کوچکی است که تنها یک وجه آن ها رنگ آمیزی شده است؟



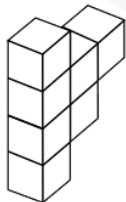
- ① صفر ② ۲
③ ۴ ④ ۶

۳۶- روی تمام وجه یک مکعب، عدد ۷ نوشته شده است. چه تعداد از این مکعب ها را به صورت ستونی روی هم قرار دهیم تا مجموع تمام اعدادی که قابل رؤیت هستند، برابر ۳۱۵ شود؟



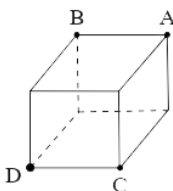
- ① ۹ ② ۱۰ ③ ۱۱ ④ ۱۲

۳۷- جسم شکل زیر را که از هفت مکعب به ابعاد یک واحد تشکیل شده است، به طور کامل در یک سطل رنگ فرو می بریم. بعد از بیرون آوردن، چند مکعب با چهار وجه رنگی داریم؟



- ① صفر ② ۱
③ ۲ ④ ۳

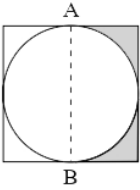
۳۸- شکل زیر یک مکعب را نشان می دهد مساحت کل این مکعب، چند برابر سطح گذرنده از نقاط نشان داده شده در شکل زیر است؟



- ① ۲ ② ۳
③ $2\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{2}$



۳۹- مطابق شکل، دایره‌ای بر چهار ضلع یک مربع به ضلع ۲ مماس است. حجم حاصل از دوران قسمت سایه زده شده حول AB کدام است؟



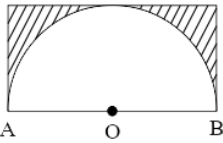
② $\frac{2\pi}{3}$

① π

④ $\frac{3\pi}{2}$

③ $\frac{4\pi}{3}$

۴۰- مطابق شکل نیم‌دایره‌ای به شعاع ۳ درون یک مستطیل محاط شده است. حجم حاصل از دوران ناحیه هاشور خورده حول خط گذرنده از نقاط A و B کدام است؟

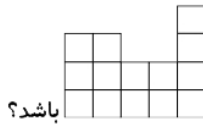
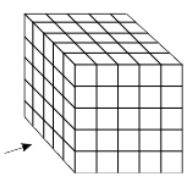


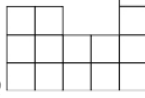
② 12π

① 9π

④ 24π

③ 18π



۴۱- در شکل زیر حداقل چند تا و حداکثر چند تا از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت  باشد؟

② حداقل ۶۵ - حداکثر ۱۲۰

① حداقل ۵۵ - حداکثر ۱۱۱

④ حداقل ۶۰ - حداکثر ۱۱۲

③ حداقل ۵۰ - حداکثر ۱۱۰

۴۲- سطح مقطع حاصل از تقاطع یک کره با صفحه‌ای به فاصله ۳ از مرکز آن، دایره‌ای به مساحت 27π است. عدد حجم کره چند برابر عدد مساحت کره است؟

④ $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{4}$

② $\frac{3}{2}$

① ۲

۴۳- مساحت سطح مقطع حاصل از نقاط کره‌ای به مساحت 48π با صفحه‌ای به فاصله ۲ واحد از مرکز کره چقدر است؟

④ 12π

③ 8π

② 6π

① 4π

۴۴- صفحه‌ای در برخورد با کره‌ای به شعاع R بیش‌ترین سطح مقطع ممکن را ایجاد کرده است. این صفحه را در راستای عمود بر صفحه چقدر جابه‌جا کنیم تا سطح مقطع حاصل نصف شود؟

④ $\frac{\sqrt{2}R}{3}$

③ $\frac{R}{3}$

② $\frac{\sqrt{2}R}{2}$

① $\frac{R}{2}$

۴۵- صفحه‌ای به فاصله ۴ واحد از مرکز یک کره، این کره را قطع کرده و سطح مقطعی به مساحت 8π پدید آورده است. مساحت سطح مقطع حاصل از برش این کره با صفحه‌ای به فاصله ۲ واحد این کره چقدر است؟

④ 20π

③ 18π

② 16π

① 12π

۴۶- مخروطی به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۱۲ را با صفحه‌ای موازی قاعده برش داده‌ایم. اگر مساحت سطح مقطع حاصل برابر π باشد، فاصله این صفحه تا قاعده مخروط کدام است؟

④ ۹

③ ۸

② ۴

① ۳

۴۷- مثلث متساوی‌الساقینی را حول قاعده آن دوران داده‌ایم. در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل می‌شود که شعاع قاعده هر کدام از آن‌ها برابر است با

④ طول ساق مثلث

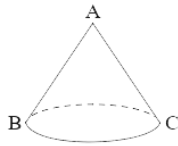
③ نصف طول قاعده مثلث

② طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث

① طول قاعده مثلث



۴۸- شکل زیر یک مخروط را نشان می‌دهد. اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، مساحت مقطع ایجاد شده از برش این مخروط با صفحه‌ای که در وسط ارتفاع مخروط بر آن عمود می‌شود، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



④ $\frac{\pi}{3}$

③ $\frac{\pi}{2}$

② $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

① $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$

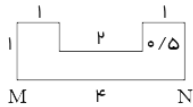
۴۹- مربعی را یک بار حول یکی از اضلاع و یک بار حول یکی از اقطارش دوران می‌دهیم. نسبت حجم جسم اول به حجم جسم دوم، کدام است؟

④ $3\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

① $2\sqrt{2}$



۵۰- اگر شکل روبه‌رو را حول MN دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟

④ $2,5\pi$

③ 7π

② 4π

① $3,5\pi$

۵۱- دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند و به ترتیب از خط d به فاصله $\sqrt{3}$ و $2\sqrt{3}$ هستند و امتداد AB با d زاویه 30° می‌سازد. AB را حول d دوران داده و شکل حاصل را با صفحه‌ای شامل خط d برش می‌دهیم، سطح مقطع حاصل چقدر خواهد بود؟

④ $10\sqrt{3}$

③ ۱۸

② $9\sqrt{3}$

① ۱۵

۵۲- اگر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 3$ و $AC = 4$) را حول وتر آن دوران دهیم، کدام شکل هندسی حاصل می‌شود؟

- ① دو مخروط با شعاع قاعده $2,5$
- ② دو مخروط با ارتفاع‌های $1,8$ و $3,2$
- ③ یک مخروط با شعاع قاعده $2,5$
- ④ یک مخروط با ارتفاع $2,4$

۵۳- دو کره با شعاع‌های یکسان همدیگر را قطع کرده‌اند. اگر فاصله مراکز دو کره، $\sqrt{2}$ برابر شعاع هر کدام از کره‌ها باشد، مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد دو کره، چند برابر مساحت هر کدام از کره‌ها است؟

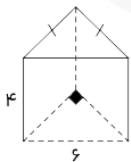
④ $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{6}$

① $\frac{1}{8}$

۵۴- در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶، یکی از وجه‌های منشوری است که قاعده‌های آن مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. مساحت سطح مقطع صفحه شامل رأس قائمه قاعده بالایی و وتر قاعده پایینی، با این منشور کدام است؟



② ۱۳

① ۱۲

④ ۱۵

③ ۱۴

۵۵- از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول وتر ۵ حول وتر آن، شکلی با حجم $\frac{20\pi}{3}$ ایجاد شده است. مجموع طول اضلاع قائم در این مثلث کدام است؟

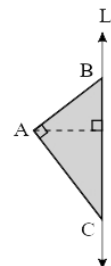
④ $4\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{5}$

② $2\sqrt{5}$

① $\sqrt{5}$

۵۶- مثلث قائم‌الزاویه ABC را مطابق شکل زیر، حول محور L دوران می‌دهیم. اگر فاصله A از خط L و نقطه B به ترتیب برابر $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{21}}{2}$ باشد، آن‌گاه حجم شکل حاصل کدام است؟



④ $\frac{5\pi}{2}$

③ 3π

② $\frac{7\pi}{2}$

① $\frac{9\pi}{2}$

۵۷- در یک مکعب، صفحه گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

④ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

③ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

② $\frac{1}{3}$

① $\frac{1}{4}$



۵۹- دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

۴) $5,76\pi$

۳) $4,8\pi$

۲) $4,41\pi$

۱) $3,24\pi$

۶۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

۴) 80π

۳) 75π

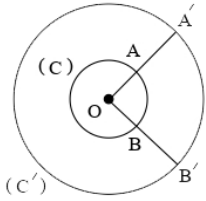
۲) 70π

۱) 60π

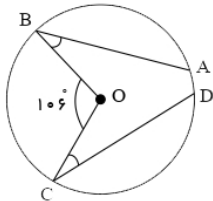




۱- مطابق شکل زیر، دو دایره $C(O, 1)$ و $C'(O, 3)$ مفروض‌اند. اگر مساحت قطاع OAB برابر یک واحد مربع باشد، آن گاه طول کمان $\widehat{A'B'}$ چند واحد است؟



- ۱) ۲
 ۲) ۳
 ۳) ۶
 ۴) ۱۲



۲- در شکل زیر، اگر $\hat{B} = 32^\circ$ و $\hat{C} = 28^\circ$ باشد، آن گاه اندازه کمان \widehat{AD} چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)

- ۱) ۳۲
 ۲) ۳۰
 ۳) ۲۴
 ۴) ۱۴

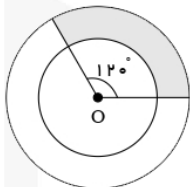
۳- مرکز دایره $C(O, 4)$ از خطوط موازی d_1 و d_2 به ترتیب به فاصله ۱۴ و ۶ قرار دارد. چند نقطه روی محیط این دایره وجود دارد، به طوری که فاصله آن از d_1 و d_2 برابر باشد؟ (دایره C در بین دو خط d_1 و d_2 قرار دارد.)

- ۱) صفر
 ۲) ۱
 ۳) ۲
 ۴) نمی توان تعیین کرد

۴- نقطه‌ای روی خط L قرار دارد به طوری که فاصله آن از مرکز دایره C برابر شعاع دایره می‌باشد. وضعیت خط L و دایره C چگونه است؟

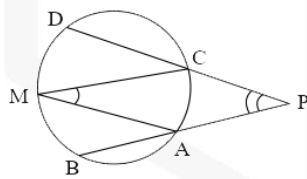
- ۱) متقاطع نیستند.
 ۲) مماس نیستند.
 ۳) نقطه مشترک دارند.
 ۴) نمی توان تعیین کرد.

۵- مطابق شکل زیر دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O, 2r)$ مفروض‌اند. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر 25π باشد، آن گاه مساحت دایره بزرگ‌تر کدام است؟

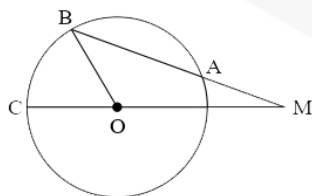


- ۱) 75π
 ۲) 125π
 ۳) 100π
 ۴) 150π

۶- در شکل زیر امتداد وترهای AB و CD یکدیگر را در نقطه P قطع کرده‌اند. اگر M وسط کمان \widehat{BD} و $\hat{P} + \hat{M} = 50^\circ$ باشد، در این صورت زاویه BAM چند درجه است؟

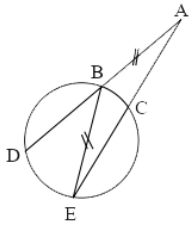


- ۱) ۵۰
 ۲) ۳۰
 ۳) ۲۵
 ۴) ۱۵



۷- دایره $C(O, 2)$ مفروض است. اگر $AM = 2$ و $\hat{ABO} = 40^\circ$ باشد، آن گاه \hat{BOC} کدام است؟

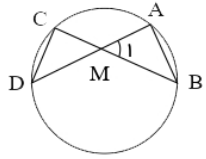
- ۱) 20°
 ۲) 40°
 ۳) 60°
 ۴) 80°



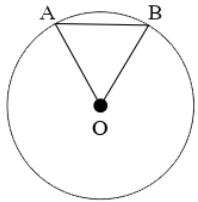
۸- در شکل زیر، اگر $AB = BE$ باشد، اندازه کمان \widehat{DE} چند برابر کمان \widehat{BC} است؟

- ۱) ۱٫۵
- ۲) ۲
- ۳) ۲٫۵
- ۴) ۳

۹- در دایره شکل زیر، ضلع AB یک ده ضلعی منتظم و ضلع CD یک دوازده ضلعی منتظم محاط در دایره است. اندازه زاویه M_1 چند درجه است؟



- ۱) ۳۰
- ۲) ۳۳
- ۳) ۳۶
- ۴) ۳۹

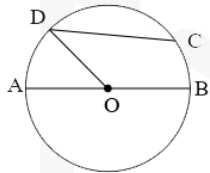


۱۰- در شکل زیر، اگر $A\hat{O}B = 60^\circ$ و $AB = 3$ باشد، آن گاه طول کمان \widehat{AB} کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

- ۱) π
- ۲) $\frac{3\pi}{2}$
- ۳) $\frac{4\pi}{3}$
- ۴) 2π

۱۱- دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O, 5)$ مفروض‌اند. اگر فاصله نقطه O از خط d برابر ۴ باشد، آن گاه مجموع تعداد نقاط مشترک خط d و دو دایره C و C' کدام است؟

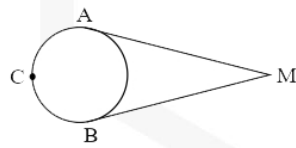
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴



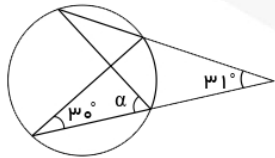
۱۲- در شکل زیر، اگر O مرکز دایره، $O\hat{D}C = 40^\circ$ و $A\hat{D}B = 30^\circ$ باشد، اندازه کمان \widehat{BC} کدام است؟

- ۱) 40°
- ۲) 50°
- ۳) 60°
- ۴) 70°

۱۳- مطابق شکل از نقطه M، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم نموده‌ایم. اگر $\hat{M} = 20^\circ$ باشد، نسبت کمان کوچک‌تر به کمان بزرگ‌تر تشکیل شده در دایره کدام است؟



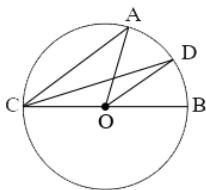
- ۱) ۰٫۵
- ۲) ۰٫۶
- ۳) ۰٫۷
- ۴) ۰٫۸



۱۴- در شکل زیر مقدار α کدام است؟

- ۱) 62°
- ۲) 61°
- ۳) 60°
- ۴) 32°

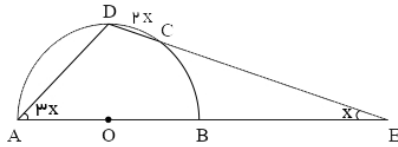
۱۵- در شکل زیر، O مرکز دایره و OD نیمساز زاویه $A\hat{O}B$ است. اگر $\widehat{AC} = 5x$ و $\widehat{AD} = x + 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه $D\hat{C}O$ کدام است؟



- ۱) 10°
- ۲) 20°
- ۳) 30°
- ۴) 35°



۱۶- در شکل زیر، AB قطر یک نیم‌دایره است. اگر $DC = 2x$ ، $\hat{E} = x$ و $\hat{A} = 3x$ باشد، x کدام است؟

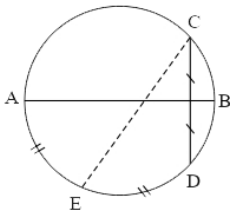


- ① 30° ② 20°
 ③ 15° ④ 10°

۱۷- در دایره $C(O, R)$ ، طول کمان \widehat{AB} برابر 2π و مساحت قطاع OAB برابر 6π است. فاصله نقطه O از وتر AB چقدر است؟

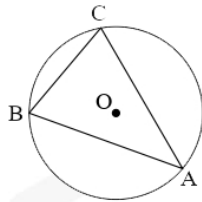
- ① ۲ ② $2\sqrt{3}$ ③ ۳ ④ $3\sqrt{3}$

۱۸- در دایره شکل زیر، قطر AB از وسط وتر CD می‌گذرد. اگر کمان‌های \widehat{AE} و \widehat{ED} برابر باشند، آن‌گاه نقطه برخورد پاره‌خط‌های CE و AB همواره کدام یک از نقاط زیر است؟



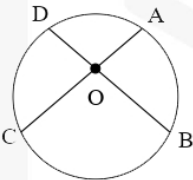
- ① نقطه همرسی میانه‌های مثلث ACD
 ② نقطه همرسی ارتفاع‌های مثلث ACD
 ③ نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث ACD
 ④ نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ACD

۱۹- در شکل زیر $\hat{BAC} = 40^\circ$ و $AB = AC$ است. اگر O مرکز دایره باشد، آن‌گاه زاویه \hat{OBA} چند درجه است؟



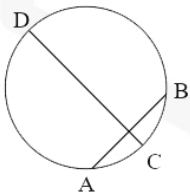
- ① 10° ② 20°
 ③ 30° ④ 40°

۲۰- در شکل زیر، طول دو کمان \widehat{ADC} و \widehat{BAD} برابر است. چهار رأس A, B, C, D همواره چه نوع چهارضلعی‌ای را تشکیل می‌دهند؟ (O مرکز دایره نیست.)



- ① مستطیل ② متوازی‌الاضلاع
 ③ لوزی ④ دوزنقه متساوی‌الساقین

۲۱- در شکل زیر، وتر CD از وسط وتر و کمان AB عبور می‌کند. اگر $\widehat{AD} = 5\widehat{BC}$ باشد، اندازه زاویه \hat{ADC} چند درجه است؟

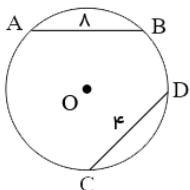


- ① 15° ② 30°
 ③ 60° ④ 75°

۲۲- نقطه A و دایره $C(O, 1)$ مفروض‌اند. اگر تمام خطوط گذرنده از A با دایره در دو نقطه اشتراک داشته باشند و $OA = 3 - x$ باشد، آن‌گاه برای x چند مقدار طبیعی وجود دارد؟

- ① هیچ ② یک ③ دو ④ سه

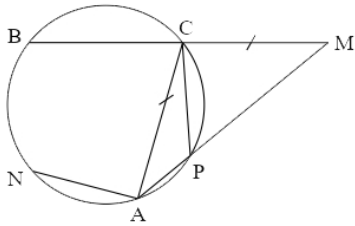
۲۳- در شکل زیر اگر فاصله مرکز دایره از وتر AB برابر ۳ واحد باشد، فاصله آن تا وتر CD کدام است؟



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{5}$
 ③ ۶ ④ $\sqrt{29}$



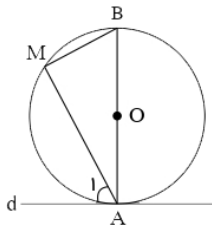
۲۴- در شکل زیر، دو قاطع MA و MB دایره را به ترتیب در نقاط C و P قطع کرده‌اند و مثلث MCA متساوی الساقین و $AN = CP$ است. اگر



$\widehat{BN} = 70^\circ$ باشد، آن گاه اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث MCA کدام است؟

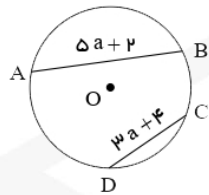
- ① 45°
- ② 60°
- ③ 75°
- ④ 80°

۲۵- مطابق شکل زیر، خط d در نقطه A بر دایره $C(O, 4)$ مماس است. اگر $\hat{A}_1 = 3\alpha + 15^\circ$ و $\hat{ABM} = 5\alpha - 25^\circ$ باشد، آن گاه فاصله نقطه M از قطر AB کدام است؟



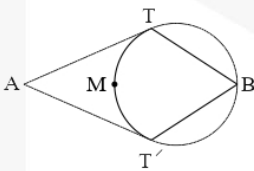
- ① ۱
- ② ۲
- ③ ۳
- ④ ۴

۲۶- دایره $C(O, 8)$ مطابق شکل زیر مفروض است. اگر وتر AB نسبت به وتر CD به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد، در این صورت مقادیر ممکن برای a شامل چند عدد طبیعی می‌شود؟



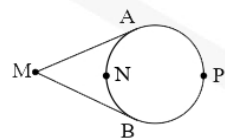
- ① هیچ
- ② ۱
- ③ ۲
- ④ بی‌شمار

۲۷- در شکل زیر، دو مماس AT و AT' از نقطه A بر دایره رسم شده‌اند. اگر $\hat{ATB}' = 4\hat{A}$ باشد، اندازه کمان TBT' کدام است؟



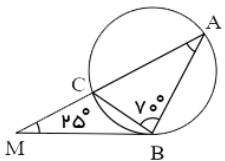
- ① 200°
- ② 210°
- ③ 220°
- ④ 240°

۲۸- مطابق شکل از نقطه M ، دو مماس MA و MB بر دایره رسم شده است. اگر $\hat{M} = 30^\circ$ باشد، آن گاه اندازه کمان APB چند برابر کمان ANB است؟



- ① $\frac{5}{3}$
- ② $\frac{7}{5}$
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{7}{4}$

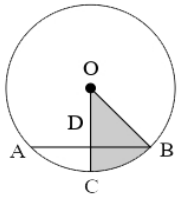
۲۹- در شکل مقابل، اگر MB بر دایره مماس باشد، زاویه A چند درجه است؟



- ① $37,5$
- ② 40
- ③ $42,5$
- ④ 45

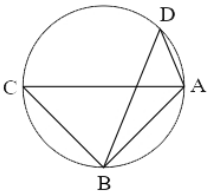
۳۰- مساحت ناحیه محصور بین دو دایره هم‌مرکز برابر 16π است. طول وتری از دایره بزرگ‌تر که بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، کدام است؟

- ① ۴
- ② ۶
- ③ ۸
- ④ ۱۲



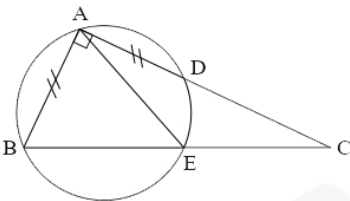
۳۱- در شکل زیر، O مرکز دایره، $\hat{ABO} = 45^\circ$ و $AD = BD = 4$ است. مساحت ناحیه هاشور خورده چقدر است؟

- ① 2π ② 4π
 ③ 6π ④ 8π



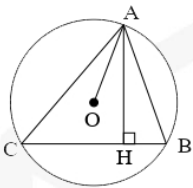
۳۲- در شکل زیر $BA = BC$ ، $\hat{AD} + \hat{BC} = 110^\circ$ و AC قطر دایره است. اندازه $\angle CBD$ کدام است؟

- ① 65° ② 70°
 ③ 75° ④ 80°



۳۳- در شکل زیر اگر $\hat{BAC} = 90^\circ$ ، $\hat{ABE} = 65^\circ$ و $AB = AD$ باشد، اندازه زاویه $\angle DAE$ کدام است؟

- ① 10° ② 15°
 ③ 20° ④ 25°

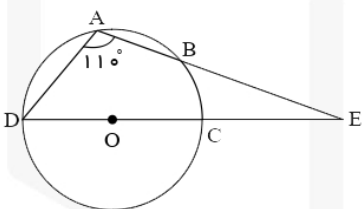


۳۴- در شکل زیر O مرکز دایره و AH عمود بر BC است. اگر $\hat{BAH} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\angle CAO$ کدام است؟

- ① 20° ② 25°
 ③ 30° ④ 40°

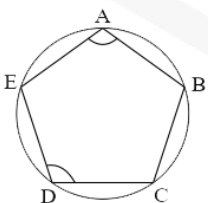
۳۵- نقطه M روی دایره $C(O, 18)$ واقع است. طول وتر CM از دایره C که موازی با OM و مماس بر دایره‌ای به قطر OM باشد، کدام است؟

- ① 9 ② $9\sqrt{3}$ ③ 18 ④ $18\sqrt{3}$



۳۶- در شکل زیر O مرکز دایره و $\hat{E} = 20^\circ$ است. اندازه کمان AB کدام است؟

- ① 80° ② 90°
 ③ 50° ④ 60°

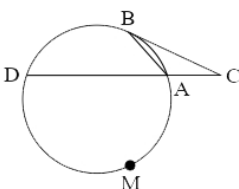


۳۷- در شکل زیر، اگر $\widehat{BC} = 70^\circ$ باشد، حاصل $\hat{A} + \hat{D}$ کدام است؟

- ① 205° ② 215°
 ③ 235° ④ 225°

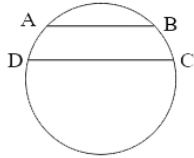
۳۸- در شکل زیر $AB = AC$ ، $\widehat{BD} = 2x$ ، $\widehat{AMD} = 6x + 20^\circ$ و CB در نقطه B بر دایره مماس است. x کدام است؟

- ① 40° ② 35°
 ③ $\frac{340}{9}$ ④ $\frac{320}{11}$





۳۹- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ ، $\widehat{BC} = 40^\circ$ و $\widehat{AB} = 80^\circ$ است. فرض کنید خط Δ در نقطه C بر دایره مماس باشد. از نقطه B خطی موازی Δ رسم می‌کنیم به طوری که دایره را در نقطه P قطع کند. اندازه کمان کوچک تر PD چقدر است؟



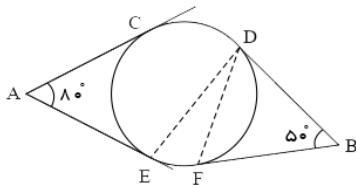
۱۲۰° (۲)

۸۰° (۱)

۲۰۰° (۴)

۱۶۰° (۳)

۴۰- در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند، اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد. زاویه EDF چند درجه است؟



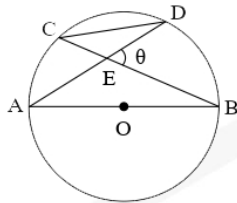
۲۵° (۱)

۳۰° (۲)

۳۵° (۳)

۴۰° (۴)

۴۱- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر نسبت مساحت مثلث CED به مساحت مثلث AEB برابر ۳ به ۴ باشد، آن گاه اندازه زاویه θ کدام است؟



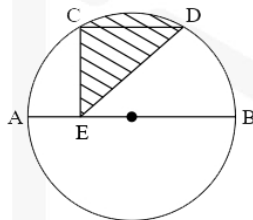
۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۷۵° (۴)

۶۰° (۳)

۴۲- در شکل زیر E نقطه‌ای روی قطر AB و $CD \parallel AB$ است. اگر $CD = 2$ و $\widehat{CD} = 60^\circ$ باشد، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



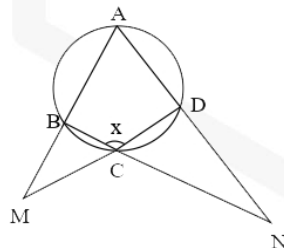
$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{6}$ (۱)

$\frac{4\pi}{3}$ (۴)

$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

۴۳- در شکل مقابل اگر $\hat{M} = 20^\circ$ و $\hat{N} = 25^\circ$ باشد، اندازه x کدام است؟



۱۰۵° (۱)

۱۱۲,۵° (۲)

۱۲۰° (۳)

۱۲۷,۵° (۴)

۴۴- در دایره‌ای به شعاع $3\sqrt{3}$ ، اگر فاصله مرکز دایره از وتر AB ، $\frac{5}{3}$ برابر فاصله مرکز دایره از وتر CD و طول وتر CD سه برابر طول وتر AB باشد، آن گاه طول وتر AB کدام است؟

۴ (۴)

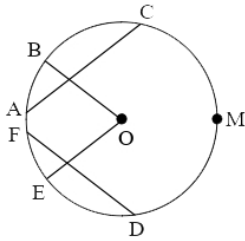
$2\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

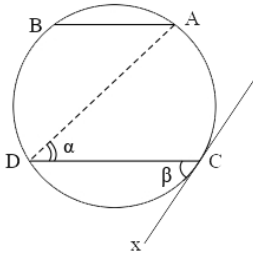


۴۵- در شکل زیر O مرکز دایره، $EO \parallel AC$ و $BO \parallel FD$ است. اگر $\widehat{CMD} = 100^\circ$ و $\widehat{AF} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه BOE کدام است؟



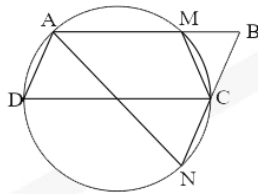
- ۱) 30°
- ۲) 40°
- ۳) 50°
- ۴) 60°

۴۶- در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \parallel CD$ ، زاویه $\beta = 2\alpha$ و CX مماس بر دایره است. کمان \widehat{BD} چند درجه است؟



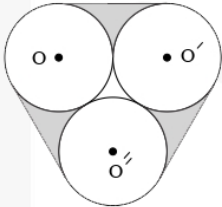
- ۱) 50°
- ۲) 60°
- ۳) 70°
- ۴) 75°

۴۷- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین، کدام است؟



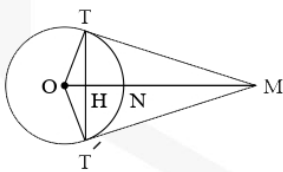
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۴۸- در شکل زیر، O ، O' و O'' مراکز سه دایره با شعاع‌های برابر R هستند. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟ (دایره‌ها دوه‌دو بر هم مماس‌اند.)



- ۱) $\frac{3}{2}R^2(4-\pi)$
- ۲) $\frac{1}{2}R^2(4-\pi)$
- ۳) $3R^2(4-\pi)$
- ۴) $R^2(4-\pi)$

۴۹- در شکل زیر از نقطه M ، دو مماس MT و MT' بر دایره رسم شده است. اگر H وسط ON و $TH = 2\sqrt{3}$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- ۱) $2\sqrt{2}$
- ۲) ۳
- ۳) $2\sqrt{3}$
- ۴) ۴

۵۰- دو دایره $C(O, 3a-1)$ و $C'(O', a+5)$ دارای یک مماس مشترک‌اند. اگر طول خط‌المركزین این دو دایره $3a$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{6}{5}$
- ۲) $\frac{5}{6}$
- ۳) $\frac{7}{5}$
- ۴) $\frac{5}{7}$

۵۱- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مفروض‌اند. اگر بیشترین و کمترین فاصله بین نقاط این دو دایره به ترتیب ۱۸ و ۸ باشد، طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

- ۱) ۹
- ۲) ۱۲
- ۳) ۱۳
- ۴) ۱۵

۵۲- دو دایره $C(O, 2x+3)$ و $C'(O', 8-x)$ در دو نقطه مشترک می‌باشند، اگر فاصله مراکز آن $3x+1$ باشد، چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- ۱) ۵
- ۲) ۶
- ۳) ۴
- ۴) بی‌شمار

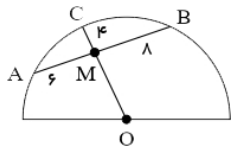


۵۳- از نقطه M به فاصله 10 از مرکز دایره $C(O, 6)$ دو مماس MA و MB را بر دایره رسم می‌کنیم. اندازه AB کدام است؟

- ① $4,8$ ② $5,2$ ③ $9,6$ ④ $10,4$

۵۴- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، برابر 12 و طول خط‌المركزین آن‌ها 15 است. شعاع دایره بزرگتر کدام است؟

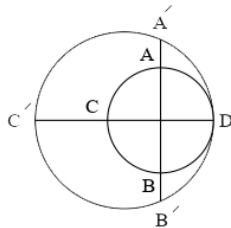
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12



۵۵- مساحت نیم‌دایره مقابل کدام است؟ (O مرکز نیم‌دایره است).

- ① 32π ② 18π ③ 64π ④ 36π

۵۶- در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره کوچک‌تر بر هم عمودند. اگر $AA' = 3$ و $CC' = 8$ باشد، طول قطر دایره کوچک‌تر کدام است؟



- ① 6 ② 8 ③ 9 ④ 10

۵۷- از نقطه A که کم‌ترین فاصله آن از نقاط واقع بر دایره $C(O, R)$ برابر 3 است، دو مماس بر این دایره رسم می‌کنیم. اگر زاویه بین دو مماس رسم‌شده برابر 60° باشد، مساحت ناحیه محصور به دو مماس و دایره کدام است؟

- ① $3\sqrt{3} - \pi$ ② $9\sqrt{3} - \pi$ ③ $9\sqrt{3} - 3\pi$ ④ $3\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

۵۸- دو دایره به شعاع‌های 3 و 15 باهم مماس خارج‌اند. خطی که از نقطه تماس این دو دایره گذشته، وترى به طول 24 در دایره بزرگ‌تر ایجاد می‌کند. طول وترى که این خط در دایره کوچک‌تر ایجاد می‌کند، کدام است؟

- ① $2,4$ ② $4,8$ ③ $1,2$ ④ 6

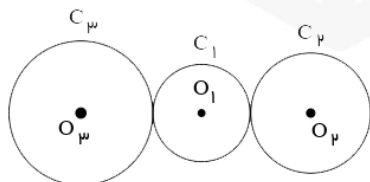
۵۹- مماس مشترک‌های داخلی دو دایره متخارج برهم عمودند و شعاع دایره بزرگ‌تر 3 برابر شعاع دایره کوچک‌تر است. طول مماس مشترک خارجی این دو دایره، چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

- ① 6 ② $2\sqrt{7}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$

۶۰- دو دایره C و C' سه مماس مشترک دارند. اگر شعاع یکی از دایره‌ها، 4 برابر شعاع دایره دیگر باشد، آن‌گاه طول مماس مشترک خارجی دو دایره، چند برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است؟

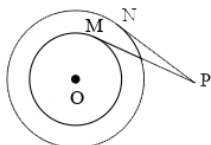
- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $1,5$ ④ 2

۶۱- مطابق شکل زیر، دایره $C_1(O_1, R)$ بر دو دایره $C_2(O_2, 2R)$ و $C_3(O_3, 3R)$ مماس خارج است. از نقطه O_1 دو مماس بر دایره‌های C_2 و C_3 رسم می‌کنیم. نسبت مربعات طول‌های این دو مماس کدام است؟



- ① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{2}{4}$

۶۲- در شکل زیر دو دایره با شعاع‌های $R = 3$ و $R' = 4$ ، دارای مرکز مشترک O هستند. از نقطه P دو مماس PM و PN بر این دو دایره رسم شده است. اگر $PM = 3\sqrt{3}$ باشد، اندازه PN کدام است؟



- ① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5}$



۶۳- اندازه مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره به طول خط‌المركزين ۹ به ترتيب $4\sqrt{2}$ و $6\sqrt{2}$ است. بیشترین فاصله بین نقاط این دو دایره کدام است؟

- ① ۱۶
- ② ۱۷
- ③ ۱۸
- ④ ۱۹

۶۴- نقطه M خارج از دایره‌ای به مرکز O قرار دارد و کمترین و بیشترین فاصله نقطه M از نقاط واقع بر این دایره به ترتیب برابر ۲ و ۸ است. اگر از نقطه M مماس MT را بر این دایره رسم کنیم (T روی دایره است)، طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث OTM کدام است؟

- ① ۱٫۲
- ② ۱٫۸
- ③ ۲٫۴
- ④ ۳٫۶

۶۵- طول وتر مشترک دو دایره با شعاع‌های ۶ و ۸ و طول خط‌المركزين ۱۰ کدام است؟

- ① ۴٫۸
- ② ۹٫۶
- ③ $2\sqrt{5}$
- ④ ۷

۶۶- مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, 4)$ و $C'(O', 6)$ به ترتیب در نقاط T و T' بر دو دایره مماس است. اگر چهار ضلعی $TT'O'O$ محیطی باشد، اندازه خط‌المركزين دو دایره کدام است؟

- ① ۴٫۸
- ② ۵
- ③ ۵٫۲
- ④ ۵٫۴

۶۷- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 2R)$ مماس خارج هستند. از نقطه O خطی رسم می‌کنیم تا دایره C را در نقطه A و دایره C' را در نقاط B و D قطع کند (B بین A و D قرار دارد). اگر $OD = 4R$ باشد، آنگاه طول وتر BD چند برابر طول پاره‌خط AB است؟

- ① ۱۲
- ② ۱۱
- ③ ۹
- ④ ۸

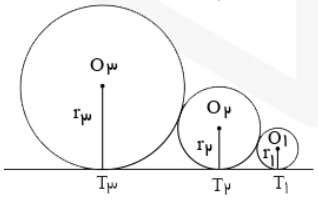
۶۸- مماس مشترک‌های داخلی دو دایره متخارج برهم عمود هستند و شعاع دایره بزرگتر ۲ برابر شعاع دایره کوچکتر است. طول مماس مشترک خارجی این دو دایره چند برابر شعاع دایره کوچکتر است؟

- ① $3\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{17}$
- ③ $\sqrt{14}$
- ④ $2\sqrt{2}$

۶۹- دو دایره $C(O, \frac{1}{2}R)$ و $C'(O', R')$ بر یکدیگر مماس خارج‌اند. از نقطه O خطی رسم می‌کنیم که دایره C را در نقطه A و دایره C' را در نقاط B و D قطع کند. اگر $OD = 2R$ و B بین A و D باشد، آنگاه نسبت AB به BD کدام است؟

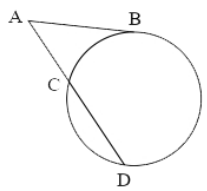
- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{9}$
- ③ $\frac{1}{11}$
- ④ $\frac{1}{12}$

۷۰- سه دایره مطابق شکل زیر بر هم مماس می‌باشند و مراکز آن‌ها بر روی یک خط راست قرار دارند. اگر $r_1 = 2r_2$ و $r_2 = 2\sqrt{2}r_3$ باشد، در این صورت اندازه r_3 کدام است؟



- ① ۳
- ② $2\sqrt{3}$
- ③ ۴
- ④ $2\sqrt{2}$

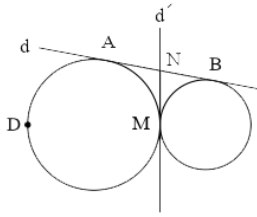
۷۱- در شکل زیر، پاره‌خط AB به طول ۸ در نقطه B در دایره مماس است. اگر $AC = 4$ و $\widehat{CD} = 120^\circ$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- ① ۴
- ② ۵
- ③ $6\sqrt{3}$
- ④ $4\sqrt{3}$



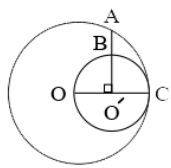
۷۲- در شکل زیر، دو دایره در نقطه M بر هم مماس‌اند و خطوط d و d' به ترتیب مماس مشترک خارجی و داخلی دو دایره هستند. اگر $\widehat{ADM} = 29^\circ$ باشد، اندازه زاویه ABM کدام است؟



- ① 2° ② 35°
 ③ 55° ④ 70°

۷۳- شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر ۸ است. اگر $AB = 10$ و $AC = 12$ باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث کدام است؟

- ① 7.5 ② 9 ③ 15 ④ 4.5



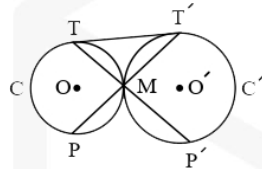
۷۴- در شکل زیر نقاط O و O' به ترتیب مراکز دایره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر هستند. اگر AO' عمود بر OC و $AB = \sqrt{3} + 1$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- ① $2 + \sqrt{3}$ ② $4 + \sqrt{3}$ ③ $2 + 2\sqrt{3}$ ④ $4 + 2\sqrt{3}$

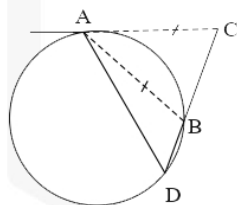
۷۵- دو دایره $C(O, 10)$ و $C'(O', 4)$ مماس خارج‌اند. اگر عمود منصف پاره خط TT' (مماس مشترک خارجی دو دایره)، خط‌المركزین دو دایره را در نقطه A قطع کند. طول پاره خط AT کدام است؟ (نقطه T روی دایره C واقع است.)

- ① $4\sqrt{5}$ ② $\sqrt{89}$ ③ $\sqrt{98}$ ④ 10

۷۶- دو دایره C و C' مطابق شکل در نقطه M بر هم مماس‌اند و TT' مماس مشترک دو دایره است، پاره‌خط‌های TM و $T'M$ را از سمت M امتداد می‌دهیم تا دایره‌ها را به ترتیب در نقاط P و P' قطع نمایند. اگر $TM = 4$ و $MP' = 5$ باشد، اندازه $T'M$ کدام است؟



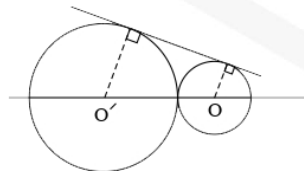
- ① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ 5



۷۷- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟

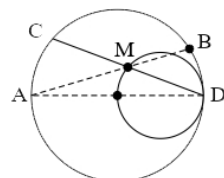
- ① $BC = BA$ ② $BD = AC$
 ③ $BC = BD$ ④ $DA = DC$

۷۸- دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس برهم‌اند. دایره به قطر OO' با مماس مشترک خارجی در نقطه تماس M مشترک‌اند. فاصله M از نقطه تماس دو دایره، کدام است؟



- ① 6 ② 6.5
 ③ 7 ④ 7.5

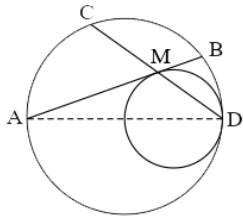
۷۹- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و طول کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ کدام است؟



- ① 8 ② 9
 ③ 6 ④ 12



۸۰- در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس داخل و شعاع یکی با قطر دیگری، برابر است. وتر AB از دایره بزرگ تر بر دایره داخل، در نقطه M ،



مماس است. نسبت $\frac{MC}{MB}$ ، کدام است؟

۲
۲ (۲)

۲ (۴)

$\sqrt{2}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۳)





۸۱- کدام یک از چهار ضلعی‌های زیر همواره محیطی است؟

- ① متوازی‌الاضلاع ② مستطیل ③ کایت ④ دوزنقه متساوی‌الساقین

۸۲- در مثلثی به طول اضلاع ۴، ۸ و ۱۰ واحد، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع متوسط، این ضلع را به دو قطعه تقسیم می‌کند. نسبت دو قطعهٔ حاصل کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{7}$

۸۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 5$ و $AC = 12$ است. شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع AB کدام است؟

- ① ۲ ② ۵ ③ ۶ ④ ۳

۸۴- در مثلثی به طول اضلاع ۲، $2\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$ ، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث کدام است؟

- ① ۱ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{6}$

۸۵- شعاع دایرهٔ محیطی یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، چند برابر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آن مثلث است؟

- ① $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2} + 1$ ③ ۲ ④ $2\sqrt{2}$

۸۶- مساحت دایرهٔ محاطی خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر 27π است. اندازهٔ محیط این مثلث کدام است؟

- ① ۹ ② ۱۲ ③ ۱۸ ④ ۲۴

۸۷- شعاع دایرهٔ محاطی یک لوزی به طول قطرهای ۴ و ۱۲ کدام است؟

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

۸۸- دوزنقهٔ قائم‌الزاویه‌ای بر یک دایره به شعاع ۶ محیط است. اگر طول ساق غیرقائم آن برابر ۱۹ باشد، در این صورت مساحت دوزنقه کدام است؟

- ① ۱۵۳ ② ۱۸۶ ③ ۱۳۸ ④ ۱۴۷

۸۹- در یک ۱۰ ضلعی منتظم، رأس‌ها را به ترتیب $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ نام‌گذاری می‌کنیم. زاویهٔ بین قطر $A_1 A_5$ و قطر $A_1 A_9$ کدام است؟

- ① 72° ② 60° ③ 90° ④ 84°

۹۰- یک دوزنقهٔ متساوی‌الساقین با زاویهٔ 60° بر دایره‌ای به شعاع R محیط شده است. محیط دوزنقه چند برابر R است؟

- ① $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$

۹۱- اگر مجموع عکس شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی مثلثی برابر ۲ و محیط مثلث برابر ۱۲ باشد، آن‌گاه مساحت این مثلث کدام است؟

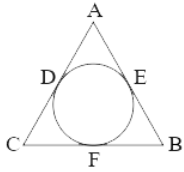
- ① ۳ ② ۶ ③ ۹ ④ ۱۲

۹۲- اگر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلثی برابر $\frac{3}{4}$ و طول ارتفاع‌های نظیر دو ضلع این مثلث برابر ۴ و ۶ باشد، آن‌گاه نوع این مثلث کدام است؟

- ① فقط قائم‌الزاویه ② فقط متساوی‌الساقین ③ قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ④ نامشخص



۹۳- مطابق شکل زیر دایرهٔ محاطی مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ ، در نقاط D, E, F بر اضلاع این مثلث مماس است. اگر $AE = 2$ و $CF = 8$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



④ $\frac{14}{3}$

③ $\frac{4}{3}$

② $\frac{8}{3}$

① $\frac{16}{3}$

۹۴- مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی که در دایره‌ای به شعاع R محاط شده، چند برابر مساحت این دایره است؟

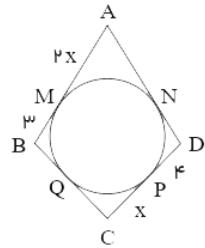
④ $\frac{3\sqrt{3}}{8\pi}$

③ $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$

① $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

۹۵- در شکل زیر اضلاع چهارضلعی $ABCD$ در نقاط M, N, P, Q بر دایره مماس هستند. اگر محیط چهارضلعی $ABCD$ برابر ۳۸ باشد، آن گاه طول ضلع BC کدام است؟



② ۷

① ۶

④ ۹

③ ۸

۹۶- مساحت سطح محصور بین مثلثی به اضلاع ۲۵، ۲۴ و ۷ و دایرهٔ محاطی داخلی آن کدام است؟ (با π را ۳ در نظر بگیرید.)

④ ۶۳

③ ۶۰

② ۵۷

① ۵۴

۹۷- نقاط M, N, P به ترتیب وسط اضلاع AB, AC, BC از مثلث ABC قرار دارند. مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC ، همواره کدام نقطه برای مثلث MNP است؟

④ نقطهٔ همرسی میانه‌ها

③ نقطهٔ همرسی نیمسازها

② نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها

① نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها

۹۸- در پنج‌ضلعی محاطی $ABCDE$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = AE$ ، $BC = CD = DE$ است. اگر O مرکز دایرهٔ محیطی این پنج‌ضلعی باشد، آن گاه فواصل نقطهٔ O از اضلاع AB و AE ، چند برابر مجموع فواصل نقطهٔ O از اضلاع BC, CD, DE است؟

④ $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{\sqrt{3}}{6}$

① $\frac{2\sqrt{6}}{9}$

۹۹- نیمسازهای زوایای داخلی دوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ABCD$ ($\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ و $AD \parallel BC$) در یک نقطهٔ همرسی‌اند. اگر $CD = 10$ و $AB = 8$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی نیمسازها از دورترین رأس دوزنقه کدام است؟

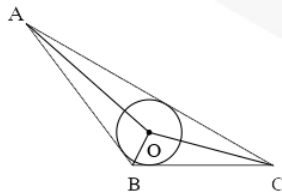
④ $4\sqrt{5}$

③ $6\sqrt{2}$

② ۱۰

① ۸

۱۰۰- در شکل زیر، نقطهٔ O مرکز دایرهٔ محاطی مثلث ABC می‌باشد. اگر $BO = 6$ و $\hat{AOC} = 150^\circ$ باشد، آن گاه طول شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث کدام است؟



② ۴

① ۳

④ $2\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

۱۰۱- فرض کنید نقاط M و N به ترتیب مراکز دایرهٔ محاطی داخلی و دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC در مثلث ABC باشند و پاره‌خط MN ، ضلع BC را در نقطهٔ D قطع کند. اگر $ND = 3MD = 6$ و $CD = 4$ باشد، آن گاه طول BD کدام است؟

④ ۳

③ ۲٫۵

② ۲

① ۱٫۵

۱۰۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه ۷ و ۲۴، بیشترین فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محاطی داخلی از رئوس مثلث کدام است؟

④ $15\sqrt{2}$

③ $14\sqrt{2}$

② $13\sqrt{2}$

① $12\sqrt{2}$



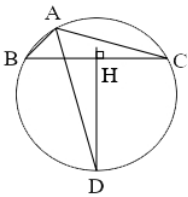
۱۰۳- نسبت مساحت نه ضلعی منتظم محاطی دایره‌ای به شعاع ۵ به مساحت نه ضلعی منتظم محیطی این دایره کدام است؟

- ① $\cos^2 40^\circ$ ② $5\cos^2 20^\circ$ ③ $5\cos^2 40^\circ$ ④ $\cos^2 20^\circ$

۱۰۴- دایره محاطی مثلثی با ارتفاع‌های $h_a = 3$ ، $h_b = 5$ و $h_c = 6$ را رسم کرده و درون آن شش ضلعی منتظمی محاط می‌کنیم. مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

- ① $\frac{300\sqrt{3}}{98}$ ② $\frac{200\sqrt{3}}{49}$ ③ $\frac{100\sqrt{3}}{98}$ ④ $\frac{200\sqrt{3}}{49}$

۱۰۵- مطابق شکل مقابل عمود منصف ضلع BC از مثلث ABC ، دایره را در نقطه D قطع می‌کند. اگر $\widehat{BAD} = 60^\circ$ و $\widehat{ADH} = 10^\circ$ باشد، اندازه زاویه C کدام است؟



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40°

۱۰۶- چهار ضلعی $ABCD$ محیط بر یک دایره است. اگر AB کوچکترین ضلع آن باشد، کدام نابرابری، همواره درست است؟

- ① $\widehat{C} > \widehat{A}$ ② $\widehat{B} < \widehat{A}$ ③ $\widehat{D} < \widehat{C}$ ④ $\widehat{D} < \widehat{B}$

۱۰۷- در یک دایره محیط بر دایره، طول خط واصل بین وسط‌های دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط دایره، کدام است؟

- ① ۳۶ ② ۴۴ ③ ۴۶ ④ ۴۸

۱۰۸- در مثلث متساوی‌الساقین، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر قاعده ۸ و شعاع دایره‌ی محاطی داخلی آن ۳ واحد است. طول قاعده‌ی این مثلث، کدام است؟

- ① ۱۰ ② ۱۲ ③ ۱۴ ④ ۱۶

۱۰۹- یک دایره متساوی‌الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟

- ① دو قطر عمود بر هم ② یکی از قاعده‌های دایره، برابر یکی از ساق‌ها
③ خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطر‌ها ④ طول پاره‌خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه‌ی یکی از ساق‌ها

۱۱۰- در یک دایره متساوی‌الساقین، از برخورد نیمسازهای داخلی آن، دقیقاً کدام چهار ضلعی، حاصل می‌شود؟

- ① محیطی و محیطی ② فقط محیطی ③ نه محیطی و نه محیطی ④ فقط محیطی

۱۱۱- مربع $ABCD$ به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره‌ی گذرا بر دو رأس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

- ① ۲٫۲۵ ② ۲٫۵ ③ $2\sqrt{2}$ ④ ۳

۱۱۲- اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- ① ۷٫۲ ② ۷٫۵ ③ ۸ ④ ۹

۱۱۳- در مثلث ABC با اضلاع $AB = 5$ و $AC = 7$ و $BC = 8$ واحد، نیمساز داخلی زاویه A ، نیمسازهای زاویه داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازه تصویر قائم OO' بر روی BC کدام است؟

- ① ۱ ② ۱٫۵ ③ ۲ ④ ۲٫۵

۱۱۴- یک دایره متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دایره، کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ ۲ ④ $\frac{5}{2}$



۱۱۵ - یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های $\frac{9}{2}$ و ۸ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله دورترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده بزرگ دوزنقه، کدام است؟

۷٫۵ (۴)

۸ (۳)

$۳ + ۴\sqrt{۲}$ (۲)

۹ (۱)





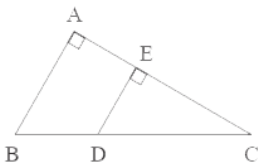
۱- مربع $ABCD$ به طول ضلع ۴ مفروض است. مربع را با بردار \vec{v} انتقال می دهیم تا مربع $A'B'C'D'$ به دست آید. اگر نقطه A' روی ضلع BC قرار داشته باشد و $A'C = 1$ ، اندازه پاره خط DD' کدام است؟

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ ۵

۲- نقطه A را تحت دوران به مرکز O و زاویه 60° تصویر می کنیم تا نقطه A' به دست آید. اگر $OA = 4\sqrt{3}$ باشد، آن گاه فاصله O از خط گذرنده از A و A' کدام است؟

- ① $4\sqrt{3}$ ② ۶ ③ $3\sqrt{3}$ ④ ۳

۳- مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. اگر $DE \parallel AB$ و $\hat{B} = 60^\circ$ باشد، اندازه زاویه بین مجانس های DC و EC نسبت به مرکز تجانس B و با نسبت تجانس $K \neq 0$ کدام است؟

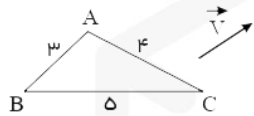


- ① 60° ② 45° ③ 30° ④ 15°

۴- در تجانس به مرکز O و نسبت $k = 3$ ، اگر پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB باشد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ چند برابر مساحت AOB است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۸ ④ ۹

۵- مطابق شکل، ABC و بردار V مفروض است. مثلث ABC را با بردار V انتقال می دهیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. اندازه میانه وارد بر بزرگ ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ کدام است؟



- ① ۲ ② 2.5 ③ ۳ ④ ۴

۶- مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول وتر ۲ واحد مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A با زاویه 45° در جهت ساعتگرد دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین تصویر و مثلث اولیه کدام است؟

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $2 - \sqrt{2}$ ④ $2(\sqrt{2} - 1)$

۷- دایره $C(O, a - 1)$ را با بردار انتقال OO' بر دایره $C'(O', 3 - a)$ تصویر می کنیم. اگر اندازه مماس مشترک داخلی این دو دایره برابر ۳ باشد، اندازه مماس مشترک خارجی این دو دایره کدام است؟

- ① $\sqrt{5}$ ② ۵ ③ $\sqrt{13}$ ④ ۱۳

۸- اگر G نقطه همرسی میانه های AA' ، BB' و CC' از مثلث ABC و $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G باشد، نسبت تجانس کدام است؟

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

۹- نقطه O به فاصله ۶ واحد از خط d مفروض است. اگر دوران یافته d حول نقطه O و به زاویه 60° درجه، d را در نقطه M قطع کند، اندازه OM کدام است؟

- ① $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$



۱۰ - چه تعداد از ویژگی‌های زیر همواره برقرار است؟

الف) بازتاب طول پاره‌خطها را ثابت نگه می‌دارد.

ب) بازتاب اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.

پ) بازتاب شیب خطها را ثابت نگه می‌دارد.

ت) بازتاب جهت شکلها را حفظ می‌کند.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۱ - تبدیل‌های انتقال تحت بردار غیر صفر \vec{v} و دوران به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α به ترتیب از راست به چپ، چند نقطه ثابت تبدیل دارند؟

$$(\alpha \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

- ① صفر - یک ② صفر - بی‌شمار ③ یک - یک ④ یک - بی‌شمار

۱۲ - بازتاب رأس A از مربع $ABCD$ را نسبت به قطر BD ، A_1 و بازتاب A_1 نسبت به ضلع AB را به AB را A_2 می‌نامیم. زاویه دورانی به مرکز B

که A را به A_2 تصویر می‌کند، چند درجه است؟

- ① $22,5^\circ$ ② 45° ③ $67,5^\circ$ ④ 90°

۱۳ - نقطه A روی دایره $C(O, 6)$ قرار دارد. این دایره را با زاویه 120° حول مرکز آن دوران می‌دهیم. اگر تصویر نقطه A تحت این دوران نقطه A'

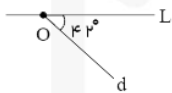
باشد، آن گاه طول پاره‌خط AA' کدام است؟

- ① ۳ ② $3\sqrt{3}$ ③ ۶ ④ $6\sqrt{3}$

۱۴ - در دوران مثلث متساوی‌الاضلاع حول نقطه هم‌مرسی نیمسازهای مثلث، زاویه دوران چقدر باشد تا پس از دوران، این مثلث بر خودش منطبق شود؟

- ① 90° ② 120° ③ 135° ④ 180°

۱۵ - خط d را ابتدا نسبت به خط L بازتاب، سپس خط جدید را نسبت به مرکز O ، 26° درجه در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت دوران داده و در



آخر آن را با بردار \vec{v} انتقال می‌دهیم تا خط d' حاصل شود. زاویه بین d و d' کدام است؟

- ① 84° ② 110°

- ③ 136° ④ بستگی به جهت بردار \vec{v} دارد.

۱۶ - دایره $C(O, r)$ را با برداری که طول آن ۳ برابر شعاع دایره است، انتقال می‌دهیم. طول مماس مشترک داخلی دایره C و تصویر آن، چند برابر

شعاع است؟

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ ۳ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۷ - دو خط d و d' مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه شامل این دو خط وجود دارد که دوران یافته خط d حول آن نقطه بر d' منطبق گردد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ بی‌شمار ④ ۴

۱۸ - دایره $C(O, 3)$ را نسبت به خطی که از مرکز این دایره ۵ واحد فاصله دارد، بازتاب می‌دهیم. اگر حاصل این بازتاب، دایره C' باشد، آنگاه طول

مماس مشترک داخلی دو دایره C و C' کدام است؟

- ① ۴ ② ۶ ③ ۸ ④ ۱۰

۱۹ - کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

① تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.

② تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

③ دو شکل متشابه همواره متجانس هستند.

④ تجانس می‌تواند طولی باشد.

۲۰ - مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را که در آن طول اضلاع قائمه برابر 2 و 4 است، به مرکز C و به اندازه 90° در جهت

حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر B' تصویر نقطه B در این دوران باشد، طول BB' کدام است؟

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ ۵



۲۱- مستطیل $ABCD$ به اضلاع ۴ و ۳ واحد را با بردار انتقالی در راستای قطر DB و به اندازه ۳ واحد انتقال می‌دهیم تا مستطیل $A'B'C'D'$ حاصل شود. مساحت ناحیه مشترک بین این دو مستطیل کدام است؟

- ① ۱٫۹۲ ② ۲٫۴ ③ ۳٫۸۴ ④ ۴٫۸

۲۲- تحت تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{۳}{۲}$ ، نقطه A به B تصویر می‌شود. همچنین تحت تجانس به مرکز A و نسبت $-\frac{۳}{۵}$ ، نقطه B به C تصویر می‌شود. طول BC چند برابر طول OC است؟

- ① $\frac{۷}{۸}$ ② $\frac{۸}{۷}$ ③ $\frac{۹}{۸}$ ④ $\frac{۸}{۹}$

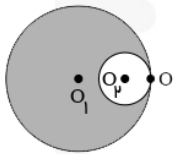
۲۳- مثلث ABC را که در آن $\hat{B} = ۳۰^\circ$ است ابتدا با بردار $\frac{۱}{۴}\vec{AB}$ انتقال می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود و سپس مثلث جدید را با بردار $\frac{۱}{۳}\vec{CB}$ انتقال می‌دهیم تا مثلث $A''B''C''$ به دست آید. اندازه زاویه $CC'C''$ کدام است؟

- ① ۳۰° ② ۶۰° ③ ۱۲۰° ④ ۱۵۰°

۲۴- در چهارضلعی $ABCD$ نقاط M, N, P, Q به ترتیب وسط اضلاع AB, BC, CD, AD می‌باشند. هرگاه O محل تلاقی قطرهای چهارضلعی باشد، در این صورت همواره:

- ① MN انتقال یافته QP با بردار $\frac{1}{2}\vec{DB}$ است. ② MN دوران یافته QP درجه‌ای ۱۸۰ درجه‌ای QP نسبت به مرکز O است.
 ③ MN مجانس معکوس QP نسبت به مرکز O است. ④ هر سه مورد درست است.

۲۵- دایره $C(O_1, R_1)$ را تحت تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{1}{3}$ به دایره $C'(O_2, R_2)$ تصویر کرده‌ایم. اگر $O_1O_2 = ۲$ باشد، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



- ① ۲π ② ۴π
 ③ ۸π ④ ۱۲π

۲۶- مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) مفروض است. چند نقطه مانند O در صفحه وجود دارد که در یک دوران به مرکز O و زاویه α ($۰ < \alpha < ۳۶۰^\circ$)، تصویر مثلث ABC بر خودش منطبق گردد؟

- ① هیچ ② ۱ ③ ۲ ④ بی‌شمار

۲۷- در تجانس به مرکز O و نسبت k ، کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- ① اگر $k > ۰$ ، تجانس را تجانس مستقیم می‌نامیم. ② اگر $k < ۰$ ، تجانس را تجانس معکوس می‌نامیم.
 ③ اگر $k < -۱$ ، تصویر شکل کوچک‌تر می‌شود. ④ اگر $k > ۱$ ، تصویر شکل بزرگ‌تر می‌شود.

۲۸- قاعده کوچک دوزنقه متساوی‌الساقین تحت چه تبدیلی می‌تواند بر قاعده بزرگ آن تصویر شود؟

- ① تجانس ② دوران ③ انتقال ④ بازتاب

۲۹- نقطه M' تصویر نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{۴}{۳}$ است. اگر نقطه M' تصویر نقطه O در تجانس به مرکز M باشد، نسبت تجانس کدام است؟

- ① $\frac{1}{۳}$ ② $-\frac{1}{۳}$ ③ $\frac{۲}{۳}$ ④ $-\frac{۲}{۳}$

۳۰- اگر دایره $C'(O', ۳)$ مجانس دایره $C(O, ۴)$ در تجانس مستقیم به مرکز M و $MO = ۲۰$ باشد، اندازه وتر مشترک دو دایره C' و C کدام است؟

- ① ۲٫۴ ② ۳٫۶ ③ ۴٫۸ ④ ۶



۳۱- مجانس نقطه $A(3, 4)$ با نسبت تجانس $k = 2$ و به مرکز $O(-1, 2)$ کدام است؟

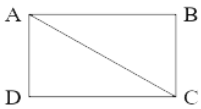
- ① $(6, 7)$ ② $(5, 10)$ ③ $(7, 6)$ ④ $(10, 5)$

۳۲- چهارضلعی محدب $ABCD$ با مساحت ۵۴ واحد مفروض است. هر گاه $AB'C'D'$ مجانس این چهارضلعی به مرکز A و نسبت تجانس $\frac{1}{3}$ باشد،

مساحت ناحیه محصور بین دو چهارضلعی کدام است؟

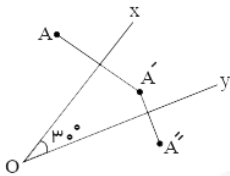
- ① ۲۷ ② ۳۶ ③ ۴۲ ④ ۴۸

۳۳- در شکل زیر در مستطیل $ABCD$ ، $BC = \sqrt{3}$ و $\hat{BAC} = 30^\circ$ است. اگر این مستطیل را در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه A به اندازه 60° دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین مستطیل $ABCD$ و تصویر آن تحت این دوران کدام است؟



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② ۱ ③ $\sqrt{3}$ ④ ۲

۳۴- در شکل زیر A' بازتاب A نسبت به نیم‌خط Ox و A'' بازتاب A' نسبت به نیم‌خط Oy است. اگر $OA = 2$ باشد، مساحت مثلث $OA'A''$ کدام است؟



- ① ۱ ② $\sqrt{3}$ ③ ۲ ④ $2\sqrt{3}$

۳۵- پاره‌خط $A'B'$ بازتاب پاره‌خط AB نسبت به خط d است. اگر فاصله نقطه A از خط d و نقطه B ، ۴ واحد باشد و راستای AB با محور بازتاب زاویه 30° درجه بسازد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ کدام است؟ (از A به محور بازتاب نزدیک‌تر است.)

- ① $10\sqrt{3}$ ② $20\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ $40\sqrt{3}$

۳۶- کدام یک از تبدیل‌های زیر هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد؟

- ① انتقال ② دوران ③ تجانس ④ بازتاب

۳۷- تصویر چندضلعی منتظمی در دوران با هر یک از زوایای 84° و 108° حول مرکزش بر خودش منطبق می‌شود. حداقل تعداد اضلاع این چندضلعی کدام است؟

- ① ۲۰ ② ۳۰ ③ ۴۰ ④ ۶۰

۳۸- مثلث قائم‌الزاویه ABC به اضلاع قائمه ۳ و ۴ واحد را حول رأس قائمه، ۹۰ درجه در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. فاصله محل هم‌رسی نیم‌سازهای داخلی دو مثلث از یکدیگر کدام است؟

- ① ۲ ② ۲٫۵ ③ ۳ ④ ۳٫۵

۳۹- مثلث ABC در یک تجانس معکوس بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌شود. اگر مثلث $A'B'C'$ در مثلث ABC محاط باشد، آن‌گاه نسبت این تجانس کدام است؟

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$

۴۰- در مثلث ABC ، نقطه A را با بردار \vec{BC} به نقطه A' ، نقطه B را با بردار \vec{CA} به نقطه B' و نقطه C را با بردار \vec{AB} به نقطه C' انتقال می‌دهیم. مساحت مثلث $A'B'C'$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۴ ④ ۹



۴۱- نقاط A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند. تصویر نقاط A و B روی خط d را به ترتیب H و H' و بازتاب آن‌ها نسبت به خط d را به ترتیب A' و B' می‌نامیم. اگر چهار ضلعی $ABB'A'$ محیطی باشد، آنگاه محیط آن چند برابر محیط چهارضلعی $ABH'H$ است؟

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{10}{7}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ ۲

۴۲- اگر داشته باشیم $T(T(T(A))) = A$ ، آن‌گاه T کدام تبدیل می‌تواند باشد؟ (نقطه A روی خط d یا نقطه O واقع نیست).

- ① دوران 240° به مرکز O ② تجانس به مرکز O و با نسبت (-1) ③ بازتاب نسبت به خط d ④ انتقال با بردار غیر صفر \vec{V}

۴۳- اگر $A'B'C'D'$ مجانس مربع $ABCD$ تحت تجانس به مرکز A و نسبت $k = 2$ و $A''B''C''D''$ مجانس $A'B'C'D'$ تحت تجانس به مرکز C و نسبت $k = -\frac{1}{2}$ باشد، مساحت سطح محصور بین $A''B''C''D''$ و $A'B'C'D'$ ، چند برابر مساحت $ABCD$ است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

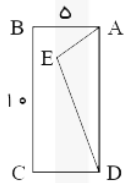
۴۴- نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می‌نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° دوران می‌دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' کدام است؟

- ① $12\sqrt{2}$ ② $16\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ ۱۶

۴۵- تحت تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{3}{2}$ ، نقطه A بر نقطه B و تحت تجانس به مرکز A و نسبت $-\frac{3}{5}$ ، نقطه B بر نقطه C تصویر می‌شود. طول پاره خط BC چند برابر طول پاره خط OC است؟

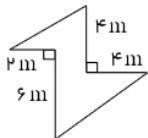
- ① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{9}{8}$

۴۶- نقطه E درون مستطیل $ABCD$ و به فاصله ۲ واحد از ضلع BC مفروض است. می‌خواهیم با استفاده از بازتاب و با شرط ثابت ماندن محیط، مساحت پنج‌ضلعی $ABCDE$ را افزایش دهیم. حداکثر مساحت آن کدام است؟



- ① ۱۵ ② ۳۵ ③ ۶۵ ④ ۸۵

۴۷- زمینی به شکل زیر حصارکشی شده است و مساحت آن ۶۰ متر مربع است. اگر بخواهیم بدون تغییر محیط زمین و با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، حصارها را طوری جابه‌جا کنیم تا مساحت زمین بیشترین مقدار ممکن شود، در این صورت حداکثر مساحت زمین چند متر مربع است؟

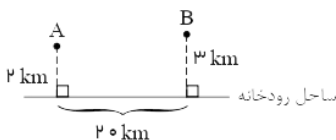


- ① ۱۲۰ ② ۷۶ ③ ۷۲ ④ ۸۸

۴۸- کدام یک از تبدیل‌های زیر جهت شکل را حفظ نمی‌کند؟

- ① بازتاب ② انتقال ③ دوران ④ تجانس

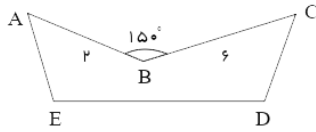
۴۹- مطابق شکل دو شهر A و B مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم، به طوری که ۸ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازه کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟



- ① ۲۰ ② ۲۱ ③ ۲۲ ④ ۲۳

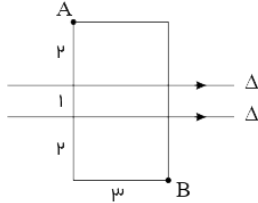


۵۰- زمینی به شکل زیر داریم، می‌خواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب بدون تغییر در طول اضلاع و محیط شکل، مساحت زمین را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت این زمین کدام است؟



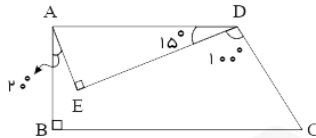
- ۱) ۶
- ۲) ۱۲
- ۳) $6\sqrt{3}$
- ۴) $12\sqrt{3}$

۵۱- در شکل مقابل، A و B دو رأس از مستطیل به ابعاد ۳ و ۵ هستند. در حرکت از A به B ، اگر بخواهیم مسیر بین دو خط موازی Δ و Δ' عمود بر آن دو باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



- ۱) $2 + 3\sqrt{2}$
- ۲) $1 + \sqrt{34}$
- ۳) ۷
- ۴) ۶

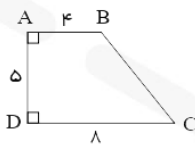
۵۲- اگر بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع چندضلعی $ABCDE$ ، مساحت آن را افزایش دهیم، مساحت شکل جدید چقدر بیشتر از مساحت شکل اولیه است؟ ($AD=8$)



- ۱) ۸
- ۲) ۴
- ۳) ۱۶
- ۴) ۲

۵۳- دو نقطه $A(-5, 14)$ و $C(3, 2)$ مفروض‌اند. اگر نقطه B را روی محور x چنان بیابیم که محیط مثلث ABC کمترین مقدار ممکن باشد، آن‌گاه طول نقطه B کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) -۱
- ۳) -۲
- ۴) ۲



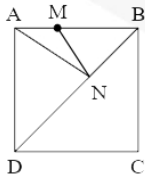
۵۴- در دوزنقه شکل زیر، اگر M نقطه دلخواهی از ساق قائم باشد، کمترین مقدار $MB + MC$ کدام است؟

- ۱) $12,5$
- ۲) ۱۳
- ۳) $13,5$
- ۴) ۱۴

۵۵- در شکل زیر، نقطه A به فاصله $8,5$ واحد از خط d و 8 واحد از نقطه B مفروض است. نقطه M را روی خط d چنان انتخاب می‌کنیم که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن را دارا باشد. اگر این مقدار مینیمم برابر ۱۵ باشد، طول MA کدام است؟

- ۱) $\frac{161}{30}$
- ۲) $\frac{289}{30}$
- ۳) $\frac{27}{5}$
- ۴) $\frac{48}{5}$

۵۶- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مربع است. اگر $BM = 3AM = 6$ و نقطه‌ای متغیر روی قطر BD باشد، آنگاه کمترین مقدار $AN + NM$ کدام است؟



- ۱) ۸
- ۲) ۹
- ۳) ۱۰
- ۴) ۱۲

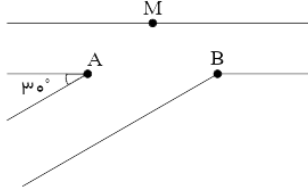
۵۷- دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ با قاعده‌های $AB = 5$ و $CD = 8$ و مساحت ۳۹ مفروض است. اگر M نقطه دلخواهی روی قاعده CD باشد، کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟

- ۱) ۱۲
- ۲) ۱۳
- ۳) ۱۴
- ۴) ۱۵

۵۸- مطابق شکل دو روستا در نقاط $A(1, 6)$ و $B(8, 2)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که یک واحد از آن در ساحل رودخانه (محور x ‌ها) قرار داشته باشد. اندازه کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای این جاده چقدر است؟

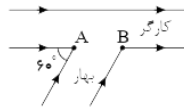


۵۹- می‌خواهیم کنار دو رودخانه افقی و مایل با عرض‌های به ترتیب $1/5$ و 2 واحد، 3 اسکله بسازیم. جای 2 اسکله A و B مطابق شکل مشخص است. اسکله M را در نقطه‌ای از ساحل قرار می‌دهیم تا قایق‌ها هنگام طی مسیر $MABM$ ، کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند. طول این مسیر چقدر است؟



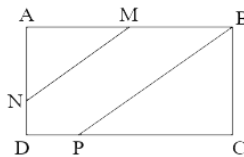
- ۱) ۵
- ۲) ۶
- ۳) ۹
- ۴) ۱۰

۶۰- شکل زیر تقاطع دو خیابان کارگر و بهار، به ترتیب با عرض‌های ثابت 4 و $\sqrt{27}$ را نشان می‌دهد. شخصی می‌خواهد از نقطه A ، ابتدا به سمت دیگر خیابان کارگر رفته و سپس به نقطه B برود. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



- ۱) ۱۱
- ۲) ۱۰
- ۳) ۹
- ۴) ۸

۶۱- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و M وسط AB ، $AN = 2ND$ ، P نقطه‌ای متحرک روی DC می‌باشد. اگر طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای $MNPB$ برابر 6 باشد، طول MN کدام است؟

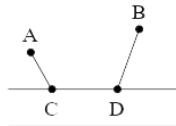


- ۱) $\frac{3}{2}$
- ۲) $\sqrt{6}$
- ۳) $2\sqrt{2}$
- ۴) ۲

۶۲- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع 6 واحد، نقاط M و N را به ترتیب روی اضلاع AB و AC و به فاصله‌های 3 و 4 واحد از رأس A انتخاب می‌کنیم. اگر P نقطه دلخواهی روی ضلع BC باشد، کمترین مقدار $MP + NP$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5\sqrt{6}}{2}$
- ۲) $3 + \sqrt{7}$
- ۳) ۵
- ۴) $\sqrt{31}$

۶۳- دو شهر A و B مطابق شکل زیر به فاصله 10 کیلومتر از یکدیگر در یک طرف رودخانه‌ای قرار دارند. می‌خواهیم از A به B جاده‌ای بسازیم به طوری که 3 کیلومتر آن کنار رودخانه باشد. اگر دو شهر A و B به ترتیب 3 و 9 کیلومتر از رودخانه فاصله داشته باشند، طول کوتاه‌ترین جاده ممکن است؟

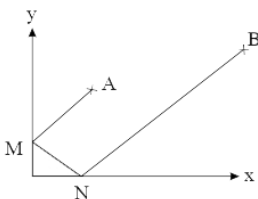


- ۱) ۱۳
- ۲) ۱۵
- ۳) ۱۶
- ۴) ۱۸

۶۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر $BD = \frac{1}{2}DC$ و BMD کوتاه‌ترین مسیر از رأس B به ضلع AC و سپس به نقطه D باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{AM}{MC}$ کدام است؟ (نقاط M و D به ترتیب روی اضلاع BC و AC هستند.)

- ۱) ۵
- ۲) ۴
- ۳) ۳
- ۴) ۶

۶۵- نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض‌اند، دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند. کمترین اندازه خط شکسته $AMNE$ ، کدام است؟



- ۱) ۱۸
- ۲) ۱۹
- ۳) ۲۰
- ۴) ۲۱

۶۶- چهار نقطه $A(1, 3)$ ، $B(15, 9)$ ، $M(a, 0)$ و $N(a+5, 0)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

- ۱) ۱۸
- ۲) ۱۹
- ۳) ۲۰
- ۴) ۲۱



۶۷- نقطه A در صفحه دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی الاضلاع به رأس A ، که دو رأس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- ① انتقال ② بازتاب ③ تجانس ④ دوران

۶۸- در رسم بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC ، به طوری که یک ضلع مربع منطبق بر ضلع BC باشد. از کدام تبدیل هندسی، استفاده می‌شود؟ (با تغییر)

- ① انتقال ② تجانس ③ دوران ④ گزینه ۱ و ۲

۶۹- چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

- ① ۲۱ ② ۲۰ ③ ۱۹ ④ ۱۸

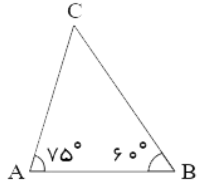
۷۰- دو خط متقاطع d و d' و پاره خط AB در صفحه‌ی آنها مفروض است. برای رسم پاره خطی موازی و مساوی AB که دو سر آن بر روی این دو خط باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- ① بازتاب ② انتقال ③ دوران ④ تجانس





۱- در شکل مقابل حاصل $\frac{AC'}{AB}$ کدام است؟



(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۱) $\frac{4}{3}$

۲- مثلث ABC در دایره‌ای به شعاع یک واحد محاط شده است. حاصل $\frac{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}}{a + b + c}$ برابر کدام گزینه است؟ (a, b و c به ترتیب اضلاع مقابل به رأس‌های A, B و C هستند).

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{3}$

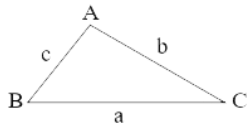
۳- در مثلث ABC، اگر $\hat{A} = 2\hat{B} = 30^\circ$ باشد، آن گاه طول ضلع AB، چند برابر طول ضلع BC است؟

(۴) ۱٫۵

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) ۲



۴- در مثلث شکل زیر، حاصل $\frac{\sin(\hat{B} + \hat{C})}{\sin(\hat{A} + \hat{C})}$ همواره برابر کدام است؟

(۲) $\frac{b}{a}$

(۱) $\frac{a}{b}$

(۴) $\frac{b+c}{a+c}$

(۳) $\frac{a+c}{b+c}$

۵- اگر در مثلث ABC، $\hat{B} = 60^\circ$ و $c\sqrt{3} - b\sqrt{2} = 0$ باشد، زاویه A چقدر است؟ (AC = b و AB = c)

(۴) 60°

(۳) 75°

(۲) 135°

(۱) 45°

۶- در متوازی‌الاضلاع ABCD، اگر $AB = \sqrt{2}AD$ و $\hat{ADB} = 2\hat{BDC}$ باشد، آنگاه زاویه A چند درجه است؟

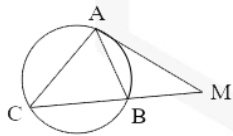
(۴) 60°

(۳) 45°

(۲) 30°

(۱) 15°

۷- در شکل زیر MA در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $MA = 12$ ، $MB = 4\sqrt{3}$ و $\hat{BC} = 120^\circ$ باشد، اندازه شعاع دایره چقدر است؟



(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) ۸

(۴) ۶

(۳) $6\sqrt{2}$

۸- در مثلث ABC، $b \cos \hat{C} = c \sin \hat{B}$ و $\hat{A} = 130^\circ$ است. اندازه کوچک‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟

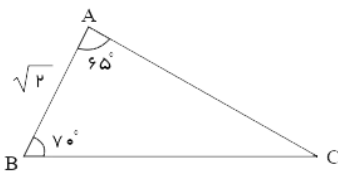
(۴) 20°

(۳) 15°

(۲) 10°

(۱) 5°

۹- در شکل مقابل، مجموع فاصله‌های نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث از سه رأس آن کدام است؟



(۲) ۲

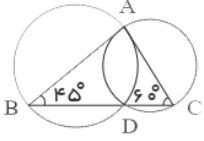
(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳



۱۰- در شکل زیر دو دایره در نقاط A و D متقاطع اند. اگر BC از نقطه D بگذرد، مساحت دایره بزرگتر چند برابر مساحت دایره کوچکتر است؟

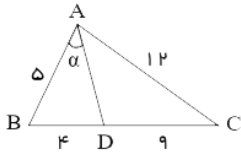


- ① ۱٫۵
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ ۲

۱۱- در مثلث ABC ، $\cos(\hat{A} + \hat{B}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $AB = 4$ است. مساحت دایره محیطی مثلث کدام است؟

- ① 3π
- ② 6π
- ③ 9π
- ④ 18π

۱۲- در شکل زیر $\cot \alpha$ کدام است؟



- ① $\frac{15}{16}$
- ② $\frac{5}{6}$
- ③ $\frac{9}{10}$
- ④ $\frac{14}{15}$

۱۳- در چهارضلعی محاطی $ABCD$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ است. نسبت $\frac{AB}{AD}$ در این چهارضلعی برابر کدام است؟

- ① $\sin(\hat{ACB})$
- ② $\sin(\hat{ACD})$
- ③ $\tan(\hat{ACB})$
- ④ $\tan(\hat{ACD})$

۱۴- در مثلث ABC ، رابطه $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}}$ برقرار است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ① این مثلث در رأس A قائمه است.
- ② این مثلث قائم الزویه یا متساوی الساقین است.
- ③ این مثلث در رأس B قائمه است.
- ④ چنین مثلثی وجود ندارد.

۱۵- در مثلث ABC ، $AB = 7$ ، $AC = 9$ و $BC = 10$ است. طول میانه AM کدام است؟

- ① $\sqrt{15}$
- ② $\sqrt{30}$
- ③ $2\sqrt{10}$
- ④ $4\sqrt{10}$

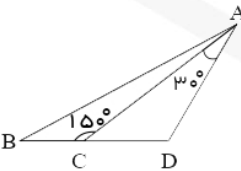
۱۶- در مثلثی یکی از زاویه‌ها 60° درجه و ضلع مقابل به این زاویه $7\sqrt{3}$ واحد است. اگر ضلع دیگر این مثلث ۱۳ واحد باشد، اندازه ضلع سوم مثلث کدام است؟

- ① ۱۱ یا ۲
- ② ۱۰ یا ۳
- ③ $5\sqrt{3}$ یا $2\sqrt{3}$
- ④ $6\sqrt{6}$ یا $2\sqrt{2}$

۱۷- مثلثی با اضلاع به طول‌های ۷، ۵ و ۳ مفروض است. اندازه بزرگ‌ترین زاویه این مثلث چقدر است؟

- ① 120°
- ② 60°
- ③ 75°
- ④ 105°

۱۸- در شکل مقابل اگر $AD = 3$ و $BC = 2$ باشد، طول AB کدام است؟

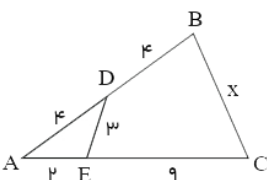


- ① $\sqrt{34}$
- ② $2\sqrt{10}$
- ③ $3\sqrt{5}$
- ④ ۷

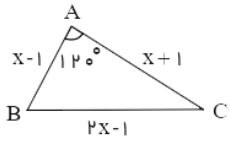
۱۹- رابطه $25a^2 = b^2 + c^2$ ، میان طول اضلاع مثلث ABC برقرار است. فاصله رأس A از نقطه هم‌مرسی میانه‌های مثلث، چه کسری از a است؟ ($AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a$)

- ① ۱
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ ۲
- ④ $\frac{7}{3}$

۲۰- در شکل مقابل، طول BC کدام است؟



- ① ۶
- ② ۷
- ③ ۸
- ④ ۹



۲۱- در مثلث شکل زیر، $\sin \hat{C}$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{14}$
(۴) $\frac{5\sqrt{3}}{14}$

(۱) $\frac{3}{14}$
(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{14}$

۲۲- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۴ واحد، نقطه D روی ضلع BC ($BD < CD$) و نقطه E روی ضلع AC چنان قرار دارند که $AD = 3,5$ و $EC = 2,5$. در این صورت $BD + DE$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲,۵ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۳- در مثلثی با دو ضلع ۲ و ۴ واحد که زاویه بین این دو ضلع 60° است. میانه وارد بر ضلع متوسط کدام است؟

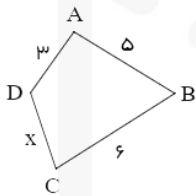
(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۴- اندازه دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع ۶ و $2\sqrt{2}$ و اندازه یکی از قطرهای آن ۴ است. اندازه قطر دیگر آن کدام است؟

(۱) ۶ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) $6\sqrt{2}$

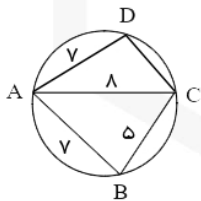
۲۵- مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) را در نظر بگیرید. اگر $\hat{A} = 120^\circ$ و طول شعاع دایره محیطی این مثلث برابر با $\sqrt{12}$ باشد، آن‌گاه طول میانه BM کدام است؟

(۱) $\sqrt{14}$ (۲) $\sqrt{18}$ (۳) $\sqrt{21}$ (۴) $\sqrt{24}$



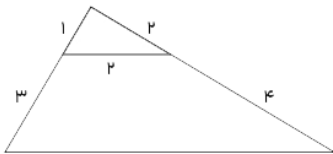
۲۶- در شکل زیر، اگر چهار ضلعی $ABCD$ محیطی و $\hat{A} = 120^\circ$ باشد، آنگاه کسینوس زاویه C کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{8}$



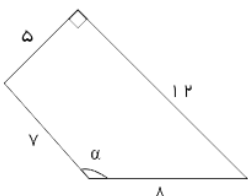
۲۷- در شکل زیر اندازه CD کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) ۴



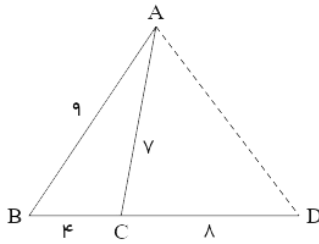
۲۸- در شکل روبه‌رو، اندازه بزرگتر چهار ضلعی کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $5\sqrt{2}$



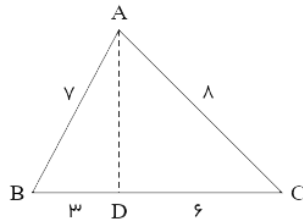
۲۹- در چهار ضلعی روبه‌رو، دو ضلع عمود برهم‌اند، $\sin \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{4}{5}$



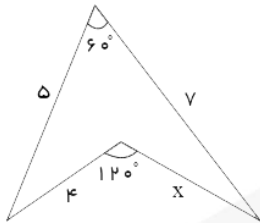
۳۰- در شکل روبه‌رو، اندازه پاره‌خط AD ، کدام است؟

- ۱) ۹
- ۲) $3\sqrt{10}$
- ۳) ۱۰
- ۴) $6\sqrt{3}$



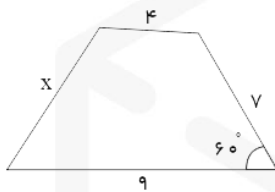
۳۱- در شکل زیر، اندازه پاره‌خط AD ، کدام است؟

- ۱) $\sqrt{37}$
- ۲) ۶
- ۳) $2\sqrt{7}$
- ۴) $2\sqrt{10}$



۳۲- در شکل زیر، مقدار $(x + 2)$ ، کدام است؟

- ۱) $3\sqrt{3}$
- ۲) $2\sqrt{7}$
- ۳) $4\sqrt{2}$
- ۴) $3\sqrt{5}$



۳۳- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x + 2)$ کدام است؟

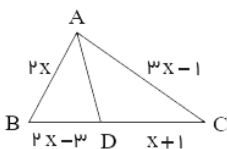
- ۱) $\sqrt{51}$
- ۲) $\sqrt{55}$
- ۳) $\sqrt{57}$
- ۴) $\sqrt{59}$

۳۴- در مثلث ABC ، $AC = 5$ و محیط مثلث برابر ۱۵ است. نیمساز زاویه B ، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند. اگر $MC = \frac{3}{2}$ باشد، طول کوچک‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۴٫۵
- ۳) ۳٫۵
- ۴) ۳

۳۵- در مثلث ABC ، AD نیمساز داخلی زاویه A است. اگر $AC = 2AD$ ، $BD = 3$ و $CD = 8$ باشد، طول نیمساز AD کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{2}$
- ۲) $2\sqrt{3}$
- ۳) $4\sqrt{2}$
- ۴) $4\sqrt{3}$



۳۶- در مثلث شکل مقابل، اندازه نیمساز AD کدام است؟

- ۱) ۵
- ۲) ۵٫۵
- ۳) ۶
- ۴) ۶٫۵

۳۷- در مثلث ABC ، $BC = 14$ و حاصل‌ضرب طول‌های دو ضلع دیگر از مجذور طول نیمساز داخلی AD ، ۴۸ واحد بیشتر است. نسبت طول‌های دو ضلع زاویه A در این مثلث کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$
- ۲) $\frac{2}{5}$
- ۳) $\frac{2}{3}$
- ۴) $\frac{3}{4}$

۳۸- در یک مثلث قائم‌الزاویه، نیمساز وارد بر وتر، آن را به دو پاره‌خط به طول‌های $\frac{2}{5}$ و $\frac{7}{5}$ تقسیم می‌کند. مساحت این مثلث کدام است؟

- ۱) ۱۵
- ۲) ۲۰
- ۳) ۳۰
- ۴) ۴۰



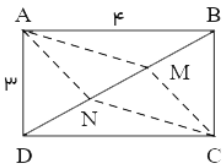
۳۹- در مثلث ABC ، $AB = 8$ ، $AC = 4$ و $BC = 9$ است. طول نیمساز زاویه داخلی A کدام است؟

- ① $\sqrt{14}$ ② 4 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5}$

۴۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، نیمساز زاویه داخلی A قطعاتی با طول‌های ۳ و ۵ روی ضلع مقابل پدید می‌آورد. طول این نیمساز کدام است؟

- ① $3\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ 6 ④ 8

۴۱- در مستطیل شکل زیر، نقاط M و N به ترتیب روی نیمساز زوایای A و C قرار دارند. مساحت متوازی‌الاضلاع $AMCN$ کدام است؟

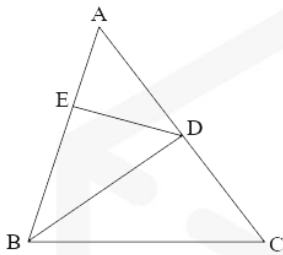


- ① $\frac{6}{7}$ ② $\frac{12}{7}$ ③ $\frac{18}{7}$ ④ $\frac{24}{7}$

۴۲- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 120^\circ$ و میانگین حسابی اندازه‌های اضلاع AB و AC ، $\frac{1}{4}$ مربع میانگین هندسی آن‌ها است. اندازه نیمساز AD کدام است؟

- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5

۴۳- در شکل زیر $AB = 6$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ است. اگر BD نیمساز زاویه ABC و DE نیمساز زاویه ADB باشد، آنگاه طول DE کدام است؟



- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$

۴۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، زاویه $A = 90^\circ$ و اندازه اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. اندازه DH ، کدام است؟

- ① $\frac{8}{35}$ ② $\frac{9}{35}$ ③ $\frac{12}{35}$ ④ $\frac{16}{35}$

۴۵- در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می‌کنند. نقطه O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟

- ① $\frac{1}{4}BC$ ② AQ ③ OA ④ OP

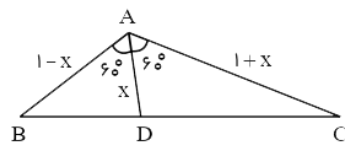
۴۶- در مثلث ABC ، ضلع $AC = 6$ و میانه $BM = 5$ ، نیمسازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در P و Q قطع می‌کنند. اندازه PQ کدام است؟

- ① 3.25 ② 3.5 ③ 3.75 ④ 4

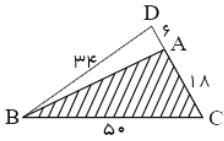
۴۷- در مثلث ABC به اضلاع ۵، ۶ و ۷ واحد، اگر نقطه هم‌رسی میانه‌ها باشد، مساحت مثلث AGC کدام است؟

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $3\sqrt{3}$

۴۸- در شکل مقابل، اندازه x کدام است؟



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{2}-1$ ④ $\sqrt{3}-1$



۴۹- در شکل مقابل، اندازه مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ① ۲۴۰
 ② ۲۷۰
 ③ ۳۰۰
 ④ ۴۸۰

۵۰- در مثلثی با طول اضلاع ۴، ۶ و ۸ واحد، شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟

- ① $\frac{2}{3}$
 ② $\frac{\sqrt{15}}{3}$
 ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۵۱- در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $\hat{A} > 90^\circ$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

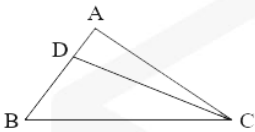
- ① $3\sqrt{6}$
 ② ۶
 ③ $4\sqrt{3}$
 ④ $3\sqrt{5}$

۵۲- مثلث ABC با اضلاع AB و AC به ترتیب به طول‌های ۴ و ۶ و میانه AM به طول $\sqrt{10}$ مفروض است. مساحت این مثلث کدام است؟

- ① $\sqrt{15}$
 ② $3\sqrt{5}$
 ③ $3\sqrt{15}$
 ④ $9\sqrt{5}$

۵۳- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 4$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ ، نیمساز زاویه داخلی A ، میانه CM را در نقطه I قطع می‌کند. طول پاره خط MI کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{33}}{5}$
 ② $\frac{\sqrt{33}}{7}$
 ③ $\frac{2\sqrt{33}}{5}$
 ④ $\frac{2\sqrt{33}}{7}$



۵۴- در شکل زیر اگر $AD = 1$ ، $BD = 3$ ، $CD = 5$ ، $BC = 7$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ① $5\sqrt{3}$
 ② $6\sqrt{3}$
 ③ $\frac{21\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

۵۵- اگر $S_{\triangle ABC} = 10\sqrt{3}$ و $AB = 5$ و $AC = 8$ باشند، محیط مثلث ABC چقدر است؟ (زاویه A حاده است.)

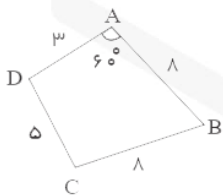
- ① ۲۰
 ② ۲۲
 ③ ۲۴
 ④ ۲۵

۵۶- در مثلث ABC ، $AB = 6$ ، $AC = 10$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟

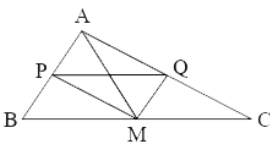
- ① $\sqrt{2}$
 ② $\sqrt{3}$
 ③ ۲
 ④ ۳

۵۷- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

- ① $12\sqrt{3}$
 ② $16\sqrt{3}$
 ③ $18\sqrt{3}$
 ④ $20\sqrt{3}$



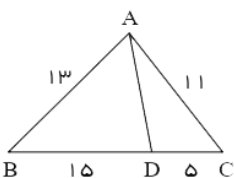
۵۸- مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 4\sqrt{2}$ ، $AC = 6\sqrt{2}$ و $BC = 8$ مفروض است. اگر M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMB و AMC باشند، طول پاره خط PQ کدام است؟

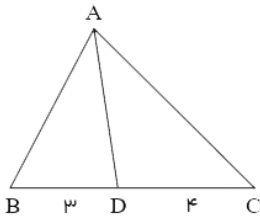


- ① ۴
 ② ۴٫۸
 ③ ۵٫۶
 ④ ۶٫۴

۵۹- در شکل مقابل فاصله نقطه D از ضلع AC کدام است؟

- ① ۱٫۵
 ② ۲
 ③ ۲٫۵
 ④ ۳





۶۰- در مثلث شکل زیر، AD نیمساز زاویه داخلی A و $AD = AB$ است. کسینوس زاویه BAD کدام است؟

۲/۴ (۷)

۲/۳ (۱)

۸/۹ (۴)

۷/۸ (۳)

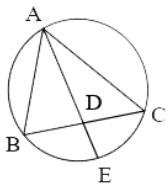
۶۱- در مثلث ABC ، $AB = ۴$ ، $BC = ۹$ و $\sin \hat{B} = ۲ \sin \hat{C}$ می‌باشد. طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

۴ (۴)

$\sqrt{۱۵}$ (۳)

$\sqrt{۱۴}$ (۷)

$۲\sqrt{۳}$ (۱)



۶۲- در شکل زیر $BE = EC$ ، $AB = ۴$ ، $AC = ۶$ و $AD = ۳\sqrt{۲}$ است. طول پاره‌خط DE کدام است؟

$\sqrt{۲}$ (۷)

۱ (۱)

۲ (۴)

$\sqrt{۳}$ (۳)

۶۳- در یک دوزنقه اندازه قاعده‌ها ۷ و ۲۱ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۱۰ واحد است. شعاع دایره محیطی مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل می‌شود، کدام است؟

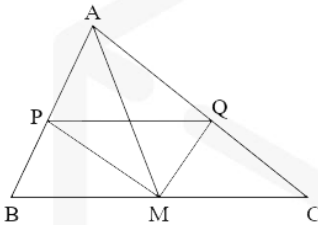
$۱۴\sqrt{۳}$ (۴)

$\frac{۱۴\sqrt{۳}}{۳}$ (۳)

$۷\sqrt{۳}$ (۷)

$\frac{۷\sqrt{۳}}{۳}$ (۱)

۶۴- در شکل زیر، AM میانه و MP و MQ به ترتیب نیمساز زوایای AMB و AMC هستند. اگر $AP = ۶$ و $PB = ۴$ باشد، مساحت مثلث AMQ چه کسری از مساحت مثلث APQ است؟



۶/۵ (۷)

۵/۶ (۱)

۹/۱۰ (۴)

۱۰/۹ (۳)

۶۵- در مثلثی به طول اضلاع ۴، ۶ و ۸ فاصله مرکز ثقل مثلث تا وسط بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

$\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۳}$ (۴)

$\frac{\sqrt{۱۰}}{۴}$ (۳)

$\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}$ (۷)

$\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ (۱)